

9. cvičení z Matematické analýzy 1

20. - 24. listopadu 2023

Úloha 1. Vyšetřete limity:

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^2 - 8)}{x^2 - 3x} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin ax}{\ln \sin bx}, a, b > 0 \quad (c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x - 2^{\cos x}}{2^x + \ln(x^2 + 1)}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \quad (e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} \quad (f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3}$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cosh x - \cos x}{x^2} \quad (h) \lim_{x \rightarrow \infty} x(\pi - 2 \operatorname{arctg} x) \quad (i) \lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$$

$$(j) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \quad (k) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{1}{x} \right)^{x^2} \quad (l) \lim_{x \rightarrow 0^+} (\operatorname{cotg} x)^{\sin x}$$

$$(m) \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{3}{x^2 - 1} \right)^{\sin(x-1)} \quad (n) \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[x^2]{\frac{\sin x}{x}}$$

Úloha 2.

- Určete rovnici tečny a normály ke grafu funkce $x \mapsto x^3 + 2x + 1$ v bodě $(4, ?)$.
- Určete bod na grafu funkce $x \mapsto e^x$, v němž je tečna ke grafu rovnoběžná s přímkou danou rovnicí $3x - 4y + 5 = 0$.
- Najděte všechny body na grafu funkce $x \mapsto x^2 - x + 9$ takové, že tečna ke grafu vedená těmito body prochází počátkem.