13. cvičení z Matematické analýzy 1

16. - 20. prosince 2024

Úloha 1. Najděte následující určité integrály. Vždy nejdříve zkontrolujte, že integrand je riemannovsky integrovatelný na daném intervalu, např. protože je tam spojitý a omezený. Některé příklady vyžadují inverzní substituce.

(a) $\displaystyle\int_1^e \ln x \, \mathrm{d}x$

(b) $\displaystyle\int_1^2 \sqrt{3x+4} \, \mathrm{d}x$

(c) $\displaystyle\int_{\ln \pi}^{\ln 2\pi} e^{x-1} \sin\left(e^x\right) \, \mathrm{d}x$

(d) $\displaystyle\int_0^2 \frac{x^3 + \operatorname{arctg}\frac{x}{2}}{x^2+4} \, \mathrm{d}x$

(e) $\displaystyle\int_0^2 x^3 \cosh(x^2+1) \, \mathrm{d}x$

(f) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\cos x + \sin 2x} \, \mathrm{d}x$

(g) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{e^{2x}+e^x} \, \mathrm{d}x$

(h) $\displaystyle\int_{-\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^{3x}}{4e^x - 1} \, \mathrm{d}x$

Úloha 2. Najděte následující určité integrály. V některých případech lze postup výrazně zjednodušit využitím různých geometrických pozorování. Číslo $r > 0$ je parametr.

(a) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} x \sin x \, \mathrm{d}x$

(b) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} x \cos x \, \mathrm{d}x$

(c) $\displaystyle\int_{-1}^{1} x \operatorname{arctg} x \, \mathrm{d}x$

(d) $\displaystyle\int_{-1}^{1} x^2 \arcsin x \, \mathrm{d}x$

(e) $\displaystyle\int_{-r}^{r} \left(e^{-2x} + \sin^{13}(x^5 + \operatorname{arctg}(x^7))\right) \, \mathrm{d}x$

(f) $\displaystyle\int_0^3 2^{|x^2-3x+2|} \cdot |2x-3| \, \mathrm{d}x$

(g) $\displaystyle\int_{-\frac{r\sqrt{2}}{2}}^{\frac{r\sqrt{2}}{2}} \left(\sqrt{r^2-x^2} - |x|\right) \, \mathrm{d}x$

(h) $\displaystyle\int_0^r \chi_{[1,2]}(x) \cdot \cos x \, \mathrm{d}x$

(i) $\displaystyle\int_0^5 \max\{\sin x, \cos x\} \, \mathrm{d}x$

(j) $\displaystyle\int_{-2}^{4} \Big|\big||x-1|-1\big|-1\Big| \, \mathrm{d}x$