

## 9. cvičení z Matematické analýzy 1

18. - 22. listopadu 2024

**Úloha 1.** Určete Taylorův polynom řádu 2 a 3 v bodě  $a = 0$  pro funkce  $f(x) = \cos(\cos x)$  a  $f(x) = \sin(\cos x)$ .

**Úloha 2.** Vyšetřete limity (L'Hospitalovo pravidlo používejte až tam, kde už nemůžete použít předchozí metody):

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^2 - 8)}{x^2 - 3x} & \text{(b)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin ax}{\ln \sin bx}, a, b > 0 & \text{(c)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x - 2^{\cos x}}{2^x + \ln(x^2 + 1)} \\ \text{(d)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} & \text{(e)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} & \text{(f)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3} \\ \text{(g)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cosh x - \cos x}{x^2} & \text{(h)} \lim_{x \rightarrow \infty} x(\pi - 2\operatorname{arctg} x) & \text{(i)} \lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2} \\ \text{(j)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x - 1} - \frac{1}{\ln x} & \text{(k)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \cos \frac{1}{x} \right)^{x^2} & \text{(l)} \lim_{x \rightarrow 0^+} (\cot g x)^{\sin x} \\ \text{(m)} \lim_{x \rightarrow 1^+} \left( \frac{3}{x^2 - 1} \right)^{\sin(x-1)} & \text{(n)} \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sqrt{\frac{\sin x}{x}} \end{array}$$

**Úloha 3.** (a) Určete rovnici tečny a normály ke grafu funkce  $x \mapsto x^3 + 2x + 1$  v bodě  $(4, ?)$ .

(b) Určete bod na grafu funkce  $x \mapsto e^x$ , v němž je tečna ke grafu rovnoběžná s přímkou danou rovnicí  $3x - 4y + 5 = 0$ .

(c) Najděte všechny body na grafu funkce  $x \mapsto x^2 - x + 9$  takové, že tečna ke grafu vedená těmito body prochází počátkem.

**Úloha 4.** Následující úlohy využívají metodu hledání extrému spojitě funkce na omezeném uzavřeném intervalu pomocí lokalizace kandidátů.

- Do kruhu o poloměru  $r$  vepište obdélník maximálního obsahu.
- Najděte kvádr o daném objemu  $V$  se čtvercovou podstavou, který má minimální obsah povrchu.
- Určete rozměry válcové nádoby (s víkem, bez víka), která má při daném povrchu  $S$  největší objem.