

Zápočtový úkol

Odevzdání do 28. 11. 2024, 11:00

Odevzdání tohoto úkolu je povinné pro získání zápočtu!

Pro splnění úkolu je nutno získat 15 bodů. Konkrétní formu odevzdání určují jednotliví cvičící.

Úloha 1 (10 bodů). Uvažujte funkci f danou pro $x \in \mathbb{R}$ předpisem

$$f(x) := \frac{x + 2 \sin(x^2 - 16) - 4}{x + \arctg(x^2 - 4x) - 4}.$$

Vyšetřete limity této funkce v bodech 4 a ∞ . Všechny kroky plně zdůvodněte.

Úloha 2 (10 bodů). Uvažujte reálnou funkci danou předpisem

$$g(x) := \sqrt{x + \cos(2x - 6)}.$$

Najděte rovnice tečny a normály ke grafu této funkce v bodě $(3, g(3))$ a Taylorův polynom 2. řádu funkce g o středu 3. Všechny koeficienty uvádějte ve tvaru zlomků v základním tvaru.

Úloha 3 (10 bodů). Rozhodněte o pravdivosti následujících tvrzení (ANO = pravda, NE = nepravda). Uvedte pouze odpověď, zdůvodnění v této otázce není vyžadováno ani bodováno. Správná odpověď je hodnocena 2 body, nesprávná -2 body, vynechaná žádným bodem. Minimální zisk započtený do celkového hodnocení úkolu je 0 bodů.

- 1) Z každé reálné posloupnosti $(a_j)_{j \in \mathbb{N}}$ splňující $\sup \{|a_j| \mid j \in \mathbb{N}\} < \infty$ lze vybrat podposloupnost, která má vlastní limitu.
- 2) Nechť $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ je posloupnost taková, že $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$. Pokud je splněno $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = 5$, potom platí také $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 5$.
- 3) Nabývá-li funkce $g: [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ na intervalu $[1, 4]$ svého maxima i minima, potom je na tomto intervalu spojitá.
- 4) Je-li $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ taková, že funkce $(\arctg \circ h)$ má v každém bodě z \mathbb{R} zápornou derivaci, potom je h klesající.
- 5) Žádná funkce definovaná na \mathbb{R} , jejímž oborem hodnot je dvouprvková množina, není spojitá.