

4. cvičení z Matematické analýzy 1

16. - 20. října 2023

Úloha 1. Dokažte, že platí následující rovnosti:

$$\operatorname{argsinh} x = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + 1} \right), \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\operatorname{argcosh} x = \ln \left(x + \sqrt{x^2 - 1} \right), \quad x \geq 1.$$

Úloha 2. Uvažujte funkci f zadanou předpisem níže. K zadané dvojici $a, L \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, \infty\}$ a zadanému $\varepsilon > 0$ najděte $\delta > 0$ takové, aby platilo

$$\forall x \in P(a, \delta) : f(x) \in U(L, \varepsilon).$$

(a) $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 4}{x^3 - 6x^2 + 1}; a = \infty; L = 0.$

(b) $f(x) = \frac{3x + (x + 1) \cos x}{x^2 + x + 4}; a = \infty; L = 0.$

Úloha 3. Spočítejte následující limity nebo ukažte, že neexistují. Existují-li alespoň jednostranné limity, najděte ty. Uvádějte zdůvodnění.

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \left(\frac{1}{x} \right)$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} x + \cos(x^2)$

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} ax + x \cos x$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \left(\frac{1}{x} \right)$