

2. cvičení z Matematické analýzy 2

27. února - 3. března 2017

2.1 Pro následující funkce f vždy načrtněte graf této funkce a popište vrstevnice této funkce (vrstevnice na hladině $c \in \mathbb{R}$ je množina tvaru $\{(x, y) \in D_f \mid f(x, y) = c\}$):

- (a) $f(x, y) = x^2 + y^2$ (rotační paraboloid),
- (b) $f(x, y) = x^2 + 2y^2$ (eliptický paraboloid),
- (c) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ (kužel),
- (d) $f(x, y) = x^2 - y^2$ (hyperbolický paraboloid),
- (e) $f(x, y) = xy$ (hyperbolický paraboloid),
- (f) $f(x, y) = \frac{y}{x}$ (hyperbolický paraboloid s vynechanou přímkou),
- (g) $f(x, y) = -\sqrt{4 - x^2 - y^2}$ (dolní polovina sféry),
- (h) $f(x, y) = \sqrt{4 + x^2 + y^2}$ (jedna z částí dvoudílného rotačního hyperboloidu),
- (i) $f(x, y) = \sqrt{4 + x^2 - y^2}$ (horní polovina jednodílného rotačního hyperboloidu).

2.2 Zjistěte, zda existují následující limity a pokud ano, určete jejich hodnotu:

- (a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x+y}{x-y}$,
- (b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}$,
- (c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{\sqrt{x^2 + (y-1)^2 + 1} - 1}{x^2 + (y-1)^2}$,
- (d) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$,
- (e) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$.

Řešení:

- (a) neexist.; (b) 0; (c) $\frac{1}{2}$; (d) neexist.; (e) 0.