

Vzorový zápočtový test

1. Určete směr největšího růstu funkce $f(x, y) = x^3 e^{y^2} + \sin(x - y)$ v bodě $a_0 = (1, 1)$ a derivaci ve směru $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$.

Jiný příklad: Určete tečnou rovinu k ploše $z + 1 = x e^y \cos z$ v bodě $(1, 0, 0)$. Určete také normálu k ploše v daném bodě (tj. přímkou kolmou k tečné rovině a procházející daným bodem).

2. Najděte nejmenší a největší hodnoty funkce

$$f(x, y) = 6 - 4x - 3y$$

za podmínky $x^2 + y^2 = 4y - 2x$. Načrtněte útvar určený touto vazbou.

Jiný příklad: Najděte lokální extrémy funkce

$$f(x, y) = xy(3 - x + y)$$

na otevřené množině

$$M : x > 0 .$$

3. Vhodným způsobem integrace spočítejte integrál

$$\iint_E \frac{y^2 x}{x^2 + y^2} dS,$$

kde

$$E : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4 \ \& \ x \leq 0$$

Oblast E načrtněte.

Jiný příklad: Vypočítejte

$$\iint_E y \, dx \, dy,$$

kde E je trojúhelník s vrcholy $(0, 2)$, $(0, 1)$ a $(1, 2)$.