

10. cvičení z Matematické analýzy 2

27. listopadu - 1. prosince 2023

10.1 Použitím polárních souřadnic spočítejte integrál

$$\int_0^{\sqrt{2}} \int_y^{\sqrt{4-y^2}} \frac{1}{1+x^2+y^2} dx dy.$$

Řešení: zde.

10.2 Spočítejte integrál

$$\iint_E \sqrt{1 - \left(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}\right)} dx dy,$$

kde

$$E : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1 .$$

Řešení: zde.

10.3 Použijte substituci $u = x + 2y$, $v = x - y$ pro výpočet integrálu

$$\int_0^{\frac{3}{2}} \int_y^{2-2y} (x+2y)e^{y-x} dx dy.$$

Řešení: zde.

10.4 Načrtněte oblast integrace:

$$\int_0^1 \int_0^{3-3x} \int_0^{3-3x-y} dz dy dx$$

Řešení: zde.

10.5 Načrtněte oblast integrace:

$$\int_0^1 \int_x^{2x} \int_0^{x+y} dz dy dx$$

Řešení: zde.

10.6 Vypočtěte

$$\iiint_E y dV,$$

kde E je ohraničeno shora rovinou $z = x + 2y$ a leží nad oblastí v rovině $z = 0$ ohraničené křivkami $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$.

Řešení: zde.

10.7 Zapište integrál pomocí cylindrických souřadnic a pak jej spočítejte

$$\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^2 (x^2 + y^2) dz dy dx.$$

Řešení: zde.

10.8 Určete hmotnost tělesa E omezeného plochami $x^2 + z^2 = 1$, $x + \frac{y}{2} + z = 2$ a prostorem $x, y, z \geq 0$. Hustota tělesa je $\rho(x, y, z) = |y|$.

Řešení: zde.

10.9 Vypočítejte těžiště tělesa

$$E : x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2 \quad \& \quad z \cdot \tan(\alpha_0) \geq \sqrt{x^2 + y^2},$$

s hustotou $\sigma(x, y, z) = 1$, kde $R > 0$ a $\alpha_0 \in (0, \frac{\pi}{2})$ jsou parametry.

Řešení: zde.