11. cvičení z Matematické analýzy 2

4. - 8. prosince 2023

11.1 Zapište integrál pomocí cylindrických souřadnic a pak jej spočítejte:

$$\int_{-1}^{1} \int_{0}^{\sqrt{1-y^2}} \int_{x^2+y^2}^{\sqrt{x^2+y^2}} xy^2 z \; dz \; dx \; dy.$$

Řešení: zde.

11.2 Určete moment setrvačnosti J tělesa E ohraničeného plochami $y = x^2 + z^2$ a $y = 8 - x^2 - z^2$ vzhledem k ose otáčení y (s hustotou $\sigma(x, y, z) = 1$).

Řešení: zde.

11.3 Určete moment setrvačnosti J tělesa

$$E: \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 2 \;\; \& \;\; x^2 + y^2 \leq 1 \;\; \& \;\; x, y, z \geq 0.$$

vzhledem k ose otáčení z.

Řešení: zde.

11.4 Určete hmotnost tělesa

$$E: \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \quad \& \quad z \geq \sqrt{x^2 + y^2},$$

s hustotou $\sigma(x, y, z) = x^2 + y^2$.

Řešení: zde.

11.5 Vypočtěte

$$\iiint_E \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-2)^2}} \, dV,$$

kde $E: \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

Řešení: zde.

11.6 Spočítejte

$$\iiint_E x e^{(x^2+y^2+z^2)^2} \, dV$$

kde

$$E: \quad 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 2 \;\; \& \;\; z \geq 0 \; .$$

Řešení: zde.

11.7 Nalezněte parametrizaci křivky, která vznikne průnikem válce $x^2 + y^2 = 2x$ a kužele $\sqrt{x^2 + y^2} = z$.

Řešení: zde.

11.8 Určete délku cykloidy Γ s parametrizací

$$\varphi: \quad x = t - \sin t \quad \wedge \quad y = 1 - \cos t$$

kde $0 \leq t \leq 2\pi$. Cykloida je křivka určená dráhou bodu, který je na kružnici (zde s poloměrem $a = 1$), která se valí bez tření po přímce.

Řešení: zde.