

3. cvičení z Matematické analýzy 2

9. - 13. října 2023

3.1 Vyšetřete existenci následujících limit:

$$(a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2+y}{y^2+x} \quad (b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x+y}{x-y} \quad (c) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 \sin^2 y}{x^2+y^2}$$

$$(d) \lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{(x-1)^4+y^4}{(x-1)^2+y^2} \quad (e) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4+y^4}{x^3+y^3} \quad (f) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4+y^4}{|x|^3+|y|^3}$$

$$(g) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x+y} \quad (h) \lim_{(x,y) \rightarrow (4,0)} \frac{\operatorname{tg}(xy)}{y}$$

Řešení: (a), (b), (c), (d), (e), (f), (g), (h).

3.2 Vyšetřete existenci následujících limit:

$$(a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y}{x^2+y^2} \quad (b) \lim_{(x,y,z) \rightarrow (1,1,1)} \frac{xz^2-y^2z}{xyz-1} \quad (c) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1}{x^4+y^4} \cdot e^{-\frac{1}{x^2+y^2}}$$

$$(d) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y^2}{x^2+2y^2} \quad (e) \lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,1,0)} \frac{\sin(xy^2z^3)}{xyz} \quad (f) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x^2+y^2)^{x^2y^2}$$

Řešení: (a), (b), (c), (d), (e), (f).

3.3 Nalezněte směrovou derivaci funkce $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$ v bodě $(0, 0)$ ve všech směrech, ve kterých existuje.

Řešení: zde.