

5. cvičení z Matematické analýzy 2

23. - 27. října 2023

5.1 Nalezněte úhel, který svírají

(a) graf funkce $f(x, y) = \ln(\sqrt{x^2 + y^2})$ a plocha $M : (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 2$ v bodě $(1, 0, ?)$.

(b) graf funkce $f(x, y) = e^{\sin xy}$ a plocha $M : (x - 1)^2 + \frac{y^2}{2} + (z - 3)^2 = 7$ v bodě $(0, 2, ?)$.

Řešení: zde.

5.2 Najděte rovnici tečné roviny k elipsoidu $M : x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$, která je rovnoběžná s rovinou $\rho : 4x + 2y + z = 3$.

Řešení: zde.

5.3 Nechť p je přímka procházející body $(1, 2, 3)$ a $(2, 3, 4)$. Najděte rovnici tečné roviny k elipsoidu $M : \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} = 1$, která je kolmá na přímkou p .

Řešení: zde.

5.4 Nalezněte Jacobiho matici a totální diferenciál zobrazení $\Phi(x, y) = (ye^x, x^3 - y, 2x + 1)$ v bodě $a = (0, 1)$.

Řešení: zde.

5.5 Nechť $f = f(u, v) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ je spojitě diferencovatelná funkce. Najděte (obecně) derivaci funkce

(a) $g(x, y, z) = f\left(\frac{x}{y}, \frac{y}{z}\right)$,

(b) $g(s, t) = f\left(\frac{s}{t}, t - s\right)$,

(c) $g(r, \varphi) = f(r \cos \varphi, r \sin \varphi)$ pro $0 < \varphi < 2\pi$ a $r > 0$.

Řešení: zde.