

## 12. cvičení z Matematické analýzy 2

9. - 13. prosince 2024

12.1 Načrtněte oblast integrace:

$$\int_0^1 \int_x^{2x} \int_0^{x+y} dz dy dx$$

Řešení: zde.

12.2 Vypočtěte

$$\iiint_E y dV,$$

kde  $E$  je ohraničeno shora rovinou  $z = x + 2y$  a leží nad oblastí v rovině  $z = 0$  ohraničené křivkami  $y = x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ .

Řešení: zde.

12.3 Zapište integrál pomocí cylindrických souřadnic a pak jej spočítejte

$$\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^2 (x^2 + y^2) dz dy dx.$$

Řešení: zde.

12.4 Zapište integrál pomocí cylindrických souřadnic a pak jej spočítejte:

$$\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} \int_{x^2+y^2}^{\sqrt{x^2+y^2}} xy^2 z dz dx dy.$$

Řešení: zde.

12.5 Zapište integrál pomocí cylindrických souřadnic a pak jej spočítejte:

$$\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_{x^2+y^2}^{2-x^2-y^2} (x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} dz dy dx .$$

Řešení: zde.

12.6 Určete hmotnost tělesa  $E$  omezeného plochami  $x^2 + z^2 = 1$ ,  $x + \frac{y}{2} + z = 2$  a prostorem  $x, y, z \geq 0$ . Hustota tělesa je  $\varrho(x, y, z) = |y|$ .

Řešení: zde.

**12.7** Určete moment setrvačnosti  $J$  tělesa

$$E: x^2 + y^2 + z^2 \leq 2 \ \& \ x^2 + y^2 \leq 1 \ \& \ x, y, z \geq 0.$$

s hustotou  $\sigma(x, y, z) = 1$  vzhledem k ose otáčení  $z$ .

**Řešení:** zde.

**12.8** Spočítejte

$$\iiint_E x e^{(x^2+y^2+z^2)^2} dV$$

kde

$$E: 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 2 \ \& \ z \geq 0.$$

**Řešení:** zde.

**12.9** Vypočítejte těžiště tělesa

$$E: x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2 \ \& \ z \cdot \tan(\alpha_0) \geq \sqrt{x^2 + y^2},$$

s hustotou  $\sigma(x, y, z) = 1$ , kde  $R > 0$  a  $\alpha_0 \in (0, \frac{\pi}{2})$  jsou parametry.

**Řešení:** zde.