

## 14. cvičení z Matematické analýzy 2

6. - 10. ledna 2024

### 14.1 (konzervativní pole, potenciál)

Určete hodnotu parametru  $\alpha$  tak, aby následující pole byla konzervativní. Najděte jejich potenciál a hodnotu práce síly z bodu  $A$  do  $B$  v tomto případě.

(a)  $\vec{F}(x, y, z) = (x^2 + y, y^2 + \alpha x, ze^z)$ ,  $A = (0, 1, 0)$ ,  $B = (-1, 1, 0)$ .

(b)  $\vec{F}(x, y, z) = (y + z, x + z, x + \alpha y)$ ,  $A = (0, 0, 0)$ ,  $B = (1, 1, 1)$ .

**Řešení:** zde.

### 14.2 (konzervativní pole, potenciál)

Určete hodnotu parametru  $\alpha$  tak, aby pole

$$\vec{F}(x, y, z) = \left( \frac{\alpha}{z}, -\frac{3}{z}, \frac{3y-x}{z^2} \right)$$

bylo konzervativní. Najděte jeho potenciál a hodnotu práce síly z bodu  $A = (1, 0, 1)$  do  $B = (-1, 1, 2)$  v tomto případě.

**Řešení:** zde.

### 14.3 (obsah plochy)

Spočítejte obsah plochy  $M$

(a) na polosféře  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ,  $z \geq 0$  vymezené válcem  $x^2 + y^2 \leq x$ .

(b) na paraboloidu  $z = x^2 + y^2$  vymezené  $z \leq 1$ .

**Řešení:** zde.

### 14.4 (plošný integrál z funkce)

Spočítejte

(a)

$$\iint_M z^2 dS,$$

kde  $M$  je částí válce  $x^2 + y^2 = 1$  mezi rovinami  $z = 0$  a  $z = x + 1$ .

(b)

$$\iint_M z dS,$$

kde  $M$  je částí válce  $x^2 + y^2 = 2$  vymezená rovinou  $z = 0$  a plochou  $z = x^2 + (y - 1)^2$ .

**Řešení:** zde.

**14.5** (plošný integrál z funkce)

Spočítejte

$$\iint_M (x^2 + y^2)z \, dS,$$

kde  $M$  je povrch polokoule  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ ,  $z \geq 0$ .**Řešení:** zde.**14.6** (plošný integrál z funkce)

Spočítejte

$$\iint_M z^2 \, dS,$$

kde  $M$  je část povrchu koule  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ,  $x, y, z \geq 0$ .**Řešení:** zde.**14.7** (plošný integrál z vektorového pole - tok)

Spočítejte

$$\iint_M \vec{F} \cdot d\vec{S}$$

kde

(a)  $\vec{F}(x, y, z) = (-x, -y, z)$  a  $M$  je část paraboloidu  $z = 1 - x^2 - y^2$  pro  $z \geq 0$  s orientací danou vektorovým polem směřujícím vzhůru.(b)  $\vec{F}(x, y, z) = (x, -z, y)$  a  $M$  je částí sféry  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  v 1. oktantu s orientací směrem do počátku.**Řešení:** zde.**14.8** (plošný integrál z vektorového pole - tok)

Spočítejte

$$\iint_M \vec{F} \cdot d\vec{S}$$

kde  $\vec{F}(x, y, z) = (x, y^2, yz)$  a  $M$  je na plášti kuželu  $x^2 + y^2 = (z - 1)^2$  pro  $0 \leq z \leq 1$  s orientací danou vektorovým polem směřujícím vzhůru.**Řešení:** zde.