

10. cvičení z Matematické analýzy 2

24. - 28. listopadu 2025

10.1 Použitím polárních souřadnic spočítejte integrály

(a)

$$\int_0^1 \int_x^{\sqrt{2-x^2}} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} dy dx$$

(b)

$$\int_0^{\sqrt{2}} \int_y^{\sqrt{4-y^2}} \frac{1}{1+x^2+y^2} dx dy.$$

Řešení: (a), (b).

10.2 Použijte substituci $u = x + 2y$, $v = x - y$ pro výpočet integrálu

$$\int_0^{\frac{2}{3}} \int_y^{2-2y} (x+2y)e^{y-x} dx dy.$$

Řešení: zde.

10.3 Vypočtěte

$$\iiint_E xyz dV,$$

kde E je ohraničeno plochami $y = x^2$, $x = y^2$, $z = xy$ a $z = 0$.

Řešení: zde.

10.4 Vypočtěte

$$\iiint_E y dV,$$

kde E je ohraničeno shora rovinou $z = x + 2y$ a leží nad oblastí v rovině $z = 0$ ohraničené křivkami $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$.

Řešení: zde.

10.5 Vypočtěte

$$\iiint_E xy dV,$$

kde E je čtyřstěn s vrcholy $(0, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(1, 1, 0)$ a $(0, 1, 1)$.

Řešení: zde.

10.6 Zapište integrál pomocí cylindrických souřadnic a pak jej spočítejte

$$\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^2 (x^2 + y^2) \, dz \, dy \, dx.$$

Řešení: zde.

10.7 Zapište integrál pomocí cylindrických souřadnic a pak jej spočítejte:

$$\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} \int_{x^2+y^2}^{\sqrt{x^2+y^2}} xy^2 z \, dz \, dx \, dy.$$

Řešení: zde.

10.8 Zapište integrál pomocí cylindrických souřadnic a pak jej spočítejte:

$$\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_{x^2+y^2}^{2-x^2-y^2} (x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} \, dz \, dy \, dx .$$

Řešení: zde.

10.9 Určete hmotnost tělesa E omezeného plochami $x^2 + z^2 = 1$, $x + \frac{y}{2} + z = 2$ a prostorem $x, y, z \geq 0$. Hustota tělesa je $\varrho(x, y, z) = |y|$.

Řešení: zde.

10.10 Určete moment setrvačnosti J tělesa

$$E: \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 2 \quad \& \quad x^2 + y^2 \leq 1 \quad \& \quad x, y, z \geq 0.$$

s hustotou $\sigma(x, y, z) = 1$ vzhledem k ose otáčení z .

Řešení: zde.

10.11 Spočítejte

$$\iiint_E x e^{(x^2+y^2+z^2)^2} \, dV$$

kde

$$E: \quad 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 2 \quad \& \quad z \geq 0 .$$

Řešení: zde.