

5. cvičení z Matematické analýzy 2

20. -24. října 2025

6.1 Nalezněte Jacobiho matici a diferenciál zobrazení Φ v bodě a , jestliže

(a) $\Phi(x, y, z) = (xyz, x^2z)$, $a = (1, -2, 1)$;

(b) $\Phi(x, y) = (ye^x, x^3 - y, 2x + 1)$, $a = (0, 1)$.

Řešení: zde.

6.2 Necht' $f = f(u, v) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ je spojitě diferencovatelná funkce. Najděte (obecně) derivaci funkce

(a) $g(x, y, z) = f\left(\frac{x}{y}, \frac{y}{z}\right)$,

(b) $g(s, t) = f\left(\frac{s}{t}, t - s\right)$,

(c) $g(r, \varphi) = f(r \cos \varphi, r \sin \varphi)$ pro $0 < \varphi < 2\pi$ a $r > 0$.

Řešení: zde.

6.3 Napište Taylorův polynom 2. řádu pro

(a) funkci $f(x, y) = xe^{\sin y}$ v okolí bodu $a_0 = (-1, 0)$.

(b) funkci $f(x, y) = e^x \ln y$ v okolí bodu $a_0 = (0, 1)$.

(c) funkci $f(x, y) = e^{\sqrt{x}-y}$ v okolí bodu $a_0 = (1, 1)$. Určete pomocí něj přibližnou hodnotu $f(1.01, 0.98)$.

(d) funkci $f(x, y, z) = xe^y \cos z$ v okolí bodu $a_0 = (0, 0, 0)$. Určete pomocí něj přibližnou hodnotu $f(-0.02, 0.01, -0.03)$.

Řešení: (a), (b), (c), (d).

6.4 Najděte lokální extrémy následujících funkcí:

(a) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$,

(b) $f(x, y) = 6xy - x^3 - 2y^3 + 2$,

(c) $f(x, y) = x^3 - y^3 - 2xy + 6$,

(d) $f(x, y) = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$.

Řešení: (a), (b), (c), (d).