

6. cvičení z Matematické analýzy 2

27. - 31. října 2025

5.1 Najděte lokální extrémy následujících funkcí:

(a) $f(x, y, z) = x + \frac{y^2}{4x} + \frac{z^2}{y} + \frac{2}{z}$ pro $x, y, z > 0$,

(b) $f(x, y, z) = \frac{1}{z} + \frac{z}{y} + \frac{y}{x} + x$,

(c) $f(x, y, z) = \sin x + \sin y + \sin z - \sin(x + y + z)$ na $(0, \pi)^3$,

(d) $f(x, y, z) = x^3 + y^2 + \frac{z^2}{2} - 3xy - 2y + 2z$.

Řešení: (a), (b), (c), (d).

5.2 Do elipsy $x^2 + 3y^2 = 12$ vepište rovnoramenný trojúhelník takový, že má základnu rovnoběžnou s osou x a má maximální obsah.

Řešení: zde.

5.3 Najděte nejmenší a největší hodnoty funkce $f(x, y) = x - y + 3$ za podmínky $3x^2 + 5xy + 3y^2 = 1$, Načrtněte útvar určený touto vazbou.

Řešení: zde.

5.4 Vypočtěte vzdálenost nejbližšího bodu hyperboly $M : x^2 + 5xy + y^2 = 9$ od počátku $(0, 0)$.

Řešení: zde.

5.5 Kruhový talíř o rovnici $x^2 + y^2 \leq 1$ je zahřátý na teplotu $T(x, y) = x^2 + 2y^2 - x$. Najděte nejteplejší a nejstudenější bod na talíři.

Řešení: zde.

5.6 Najděte nejmenší a největší hodnoty funkce

$$f(x, y) = x^2 - (y - 1)^2$$

na množině

$$M : y^2 \leq 1 - x^2.$$

Načrtněte tuto množinu.

Řešení: zde.

5.7 Najděte nejmenší a největší hodnoty funkce $f(x, y) = 3xy$ na množině $M : x^2 + y^2 \leq 2$. Načrtněte tuto množinu.

Řešení: zde.