

8. cvičení z Matematické analýzy 2

10. - 14. listopadu 2025

8.1 Změňte pořadí integrace v integrálu

(a)

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 f(x, y) \, dx \, dy$$

(b)

$$\int_0^\pi \int_0^{\sin x} f(x, y) \, dy \, dx$$

(c)

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{y}} f(x, y) \, dx \, dy$$

(d)

$$\int_{-1}^1 \int_{x^2}^{1+\sqrt{1-x^2}} f(x, y) \, dy \, dx$$

(e)

$$\int_0^4 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\sqrt{x}} f(x, y) \, dy \, dx$$

Řešení: (a), (b), (c), (d), (e).

8.2 Vypočítejte hodnotu integrálu a načrtněte oblast integrace:

(a)

$$\int_0^2 \int_{2x}^2 4e^{y^2} \, dy \, dx$$

(a)

$$\int_0^2 \int_{y^2}^4 \cos \sqrt{x^3} \, dx \, dy$$

(c)

$$\iint_E e^{y^3} \sqrt{xy - y^2} \, dS,$$

kde oblast E je omezená přímkami $y = x$, $x = 10y$ a $y = 1$.

(d)

$$\iint_E e^{\frac{y}{x}} dS,$$

kde oblast E je trojúhelník s vrcholy $(0, 0)$, $(1, 1)$ a $(1, 10)$.

(e)

$$\iint_E \frac{1}{y^4 + 1} dS$$

kde oblast E je omezena křivkami $x = y^3$, $y = 2$ a $x = 0$.

Řešení: (a), (b), (c), (d) pouze prohozené x a y , (e).

8.3 Vypočítejte hodnotu integrálu:

(a)

$$\iint_E e^{\max\{x^2, y^2\}} dx dy,$$

kde $E = \langle 0, 1 \rangle^2 \subseteq \mathbb{R}^2$.

(b)

$$\iint_M |y - \sin x| dx dy$$

kde $M = \langle 0, \pi \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$.

Řešení: (a), (b).

8.4 Vyjádřete integrál

$$\iint_E f(x, y) dx dy$$

v polárních souřadnicích v pořadí $d\rho d\varphi$ pro oblasti

(a) $E = \langle 1, 2 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$.

(b) $E: x^2 + y^2 \leq 4 \ \& \ y + x^2 \geq 0 \ \& \ x \geq 0 \ \& \ y \leq 0$.

(c) E , která je plochou trojúhelníka s vrcholy $(1, 0)$, $(2, 0)$ a $(1, 1)$.

(d) $E: x^2 + y^2 \leq 9 \ \& \ 0 \leq y \leq 1 \ \& \ x \geq 0$.

(e) $E: x^2 + (y - 1)^2 \leq 1 \ \& \ y \geq 1 \ \& \ x \geq 0$.

Řešení: (a), (b) (podobně), (c), (d), (e).