Výsledky z domácí úlohy z 7. cvičení

15.11.2011

.

H1

a) Konverguje neabsolutně. Protože
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{\sqrt[3]{n}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n}},$$
stačí užít Leibnizova kritéria. $\{n^{-1/3}\}_{n=1}^{\infty}$ je zřejmě monotónní posloupnost s limitou rovnou nule. Dále je zřejmé, že řada nekonverguje absolutně.

b) Konverguje absolutně. Neboť jest
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left| \sqrt[3]{n^2 + (-1)^n} - \sqrt[3]{n^2} \right| = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|(-1)^n|}{(n^2 + (-1)^n)^{2/3} + (n^2 + (-1)^n)^{1/3} n^{2/3} + n^{4/3}},$$
stačí použít limitního srovnávacího kritéria a srovnat s $n^{-4/3}$.

c) Diverguje. Vždyť
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-2)^n \log n}{2^n \log n^2} = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2},$$
avšak $\lim_{n\to\infty} \frac{(-1)^n}{2} \neq 0$.

d) Konverguje neabsolutně. Máme
$$\sum_{n=1}^{\infty} \cos(\frac{n\pi}{2}) \frac{3}{n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3(-1)^n}{2n}$$
a neabsolutní konvergence této řady je již zřejmá.