

Cvičení z matematické analýzy I

Matěj Novotný

8.12.2011

Úlohy na cvičení

G1 (Úloha z minula) Z rovností $a), b)$ dokažte $c), d)$.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1, \quad c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x} = 1, \quad d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}.$$

G2 Spočtěte následující limity. Využívejte k výpočtu věty z přednášky a limity z úlohy **G1**.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^3 x - 6 \cos^2 x + 11 \cos x - 6}{x^2} \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\log(\sqrt{1+x})} \quad c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(2^x + 7)}{x}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x \quad e) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{\sqrt{x^2-x}} \quad f) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos^4 x - 7 \sin^2 x \cos^2 x + \sin^4 x)^{\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7x^2+5} - \sqrt{x^2+5}}}$$

$$g) \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1^x + 2^x + \dots + n^x) - n}{n^2 x \log n} \right]$$

G3 Vyšetřete konvergenci následující řady.

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{1}{n}\right)^{\left(\sin^2 \frac{1}{n}\right)}$$

Úlohy na doma

H1 Spočtěte a odůvodněte, kde používáte nějakou větu. *Poznámka:* Výraz v exponentu je roven $\frac{1}{x}$.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4^x + 9^x}{2}\right)^{\frac{1}{x}}$$

H2 Spočtěte a odůvodněte svůj výpočet všude, kde používáte nějakou větu. (Rozumějte výrazu $\cot x$ jako kotangens z x)

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \sin x)^{2 \cot x}$$

H3 Vyšetřete konvergenci řady.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \log(1 + \sqrt{n^2 - 1} - \sqrt{n^2 + 1}).$$