

Cvičení z matematické analýzy I

Matěj Novotný

15.12.2011

Úlohy na cvičení

G1 Spočtěte z definice $f'(x)$, tj. derivaci f v bodě x , pokud je f zadána jako:

$$a) f(x) = x^3 - 4x - 2, \quad b) f(x) = \sqrt{x}, \quad c) f(x) = \log(x), \quad d) f(x) = a^x, \quad a \in (0, \infty).$$

G2 Zderivujte následující funkce.

$$a) \sin^2(x) \log \frac{2}{\sqrt[3]{x}}, \quad b) \frac{1 + xe^x}{\cos(x^2 + x)}, \quad c) x^{\log x}, \quad d) x^2 e^{-x^2}.$$

G3 Spočtěte následující limity.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - \sin x}{x^2}, \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \log(1 + x^2) - x^2}{\sin^3 x}, \quad c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log^a x}{x^b}, \quad a, b \in (0, \infty),$$
$$d) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^n}{n^a}, \quad a \in (0, \infty), \quad e) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \log x, \quad a \in (0, \infty).$$

Úlohy na doma

H1 Spočtěte z definice $f'(x)$, je-li f zadána jako

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$$

H2 Spočtěte a odůvodněte.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log \cos x + \frac{x^2}{2}}{x^4}$$

H3 Nalezněte funkci $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, která je spojitá na celém \mathbb{R} , ale přesto existují body $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq b$, takové, že v nich neexistuje derivace g .

H4 Nalezněte spojitou funkci na \mathbb{R} , která má v nějakém bodě nevlastní derivaci.