

Vánoční cvičení z MA I

Matěj Novotný

22.12.2011

Zadání 2. zápočtové písemky

1. Mějme funkci $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$. Spočtete z **definice** $f'(x)$, tj. derivaci f v bodě x , $x > -1$. (4b)

2. Spočtete následující limitu a postup odůvodněte. (8b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \tan x)^{\frac{x}{\cos x - 1}}$$

3. Spočtete následující limitu a postup odůvodněte. (6b)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^3 - 2} - \sqrt{x^2 + 5x + 1}}{4x^2 + x - 39}$$

4. Spočtete následující limitu a postup odůvodněte. (5b)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + \sin x^2}{x^3}$$

5. Vyšetřete konvergenci řady. (7b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\cos n) \left(\sin \frac{1}{n^2} \right)$$

Úlohy na doma

H1 Nakreslete/narýsujte grafy funkcí arcsin, arccos, arctan, arccotg. Dbejte na to, aby byly v obrázku zaneseny všechny důležité hodnoty a byly správně definiční obory.

Uvědomte si, pro která $x \in \mathbb{R}$ (protože ne pro všechna!) platí rovnosti

$$\arcsin(\sin x) = x, \quad \arccos(\cos x) = x, \quad \arctan(\tan x) = x, \quad \text{arccotg}(\text{cotg } x) = x.$$

Vypište ke každé cyklometrické funkci její derivaci. Které z cyklometrických funkcí jsou rostoucí/klesající? Všimněte si, že u klesajících je derivace vždy menší nebo rovná nule a u rostoucích vždy nezáporná!

Kolik je

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \arctan x, \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \text{arccotg } x ?$$

Poznámka: Pokud něco z toho nevíte, hledejte v knihách a na internetu. Tato úloha má nejen zásadní důležitost pro Váš zápočet, ale bude se Vám do budoucna hodit!