

Cvičení z matematické analýzy I

Matěj Novotný

24.11.2011

Zadání 1. zápočtové písemky

1. Spočtete **podle definice** (3b)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5}{\log 2n + 1}.$$

2. Spočtete následující limitu a postup odůvodněte (3b)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos(n+1) + 5n^3}{n^3 + 2n^2}.$$

3. Spočtete následující limitu a postup odůvodněte (7b)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + n^5}{n! + n^2}.$$

4. Vyšetřete konvergenci následující řady (6b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 5^n}{2^n + 3^n}.$$

5. Vyšetřete konvergenci a absolutní konvergenci řady (11b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{3 + n\sqrt{3n + 1}}}.$$

Hodně štěstí!

Úlohy na doma

H1 Nalezněte posloupnosti $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$, $\{b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$, pro které platí $a_n \geq 0$, $b_n > 0$, $n \in \mathbb{N}$, pro které jsou řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ a $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergentní, pro které však neplatí

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} < 1, \quad \text{ANI} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_{n+1}}{b_n} < 1.$$

H2 Nalezněte posloupnosti $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$, $\{b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$, pro něž je

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = 1, \quad \text{A} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_{n+1}}{b_n} = 1$$

a řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ a $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ obě divergují.

H3 Nalezněte posloupnost $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ takovou, že buď $\{a_n\}_{n=K}^{\infty}$ není monotónní pro žádné $K \in \mathbb{N}$ nebo neplatí $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, ale pro kterou je řada $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ konvergentní.