

1. cvičení z MA II

Matěj Novotný

23.2.2012

Úlohy na cvičení

G1 Spočítejte neurčité integrály.

$$\begin{aligned} a) \int (x+1)^3 dx, \quad b) \int \frac{e^x}{\sqrt{1+e^x}} dx, \quad c) \int \frac{5}{2x^2+5} dx, \quad d) \int \operatorname{tg}^2 x dx, \quad e) \int e^x \sin x dx, \\ f) \int x \operatorname{arctg} x dx, \quad g) \int \frac{x^2}{x^2+x+1} dx, \quad h) \int \frac{x}{\sqrt{1-4x^4}} dx, \quad i) \int \frac{1+x}{1-x} dx. \end{aligned}$$

G2 Nalezte primitivní funkce k daným funkcím:

$$a) f(x) = |x|, \quad b) f(x) = (\sin 2x) \cdot \operatorname{sgn}(\sin x)$$

Úlohy na procvičení

S1 Počítejte.

$$\begin{aligned} a) \int x \sin x dx \quad b) \int \frac{x^2+1}{x^3+3x} dx \quad c) \int \operatorname{tg} x dx \quad d) \int \frac{1}{2x+3} dx \quad e) \int \frac{1}{x^2+3x+\frac{9}{2}} dx \\ f) \int \sin^2 x dx \quad g) \int \arcsin x dx \quad h) \int x \log x^2 dx \quad i) \int \log^2(x) dx \quad j) \int \frac{x^8}{x^{18}+1} dx \end{aligned}$$

S2 Počítejte.

$$\begin{aligned} a) \int (\sqrt{\sin x + 1}) \cos x dx \quad b) \int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx \quad c) \int e^{4x} \cos(3x) dx \quad d) \int \frac{x+1}{x^2+1} dx \quad e) \int \frac{1}{\sqrt[5]{x+12}} dx \\ f) \int \cos^5 x \sqrt{\sin x} dx \quad g) \int \cos(\log \sqrt{x}) dx \quad h) \int 0 dx \quad i) \int \alpha^x e^2 dx, \alpha \in (0, \infty) \quad j) \int (\sin^4 x + \cos^4 x) dx \end{aligned}$$

Úloha na rozmyšlení

N1 Pro každé $n \in \mathbb{N}$ vytvořte explicitní předpis (v přehledném tvaru sumy) pro funkci

$$f_n(x) \stackrel{c}{=} \int x^n e^x dx$$

a dokažte, že je správný.

Výsledky

Ve výsledcích je vždy $c \in \mathbb{R}$.

S1

- a) $\sin x - x \cos x + c$, b) $\frac{1}{3} \log |x^3 + 3x| + c$, c) $-\log |\cos x| + c$, d) $\frac{1}{2} \log |2x + 3| + c$, e) $\frac{2}{3} \operatorname{arctg}(\frac{2}{3}x + 1) + c$,
f) $\frac{1}{4}(2x - \sin(2x)) + c$, g) $x \arcsin x + \frac{1}{2}\sqrt{1 - x^2} + c$, h) $x^2(\log x - \frac{1}{2}) + c$, i) $x(\log^2 x - \log x^2 + 2) + c$,
j) $\frac{1}{9} \operatorname{arctg} x^9 + c$.

S2

- a) $\frac{2}{3}(\sin x + 1)^{3/2} + c$, b) $\operatorname{arctg}(e^x) + c$, c) $\frac{e^{4x}}{25}(4 \cos(3x) + 3 \sin(3x)) + c$, d) $\frac{1}{2} \log(x^2 + 1) + \operatorname{arctg} x + c$,
e) $\frac{5}{2}(x + 12)^{4/5} + c$, f) $\frac{2}{3}(\sin x)^{3/2} - \frac{4}{7}(\sin x)^{7/2} + \frac{2}{11}(\sin x)^{11/2} + c$, g) $\frac{x}{3}(2 \cos(\log \sqrt{x}) + \sin(\log \sqrt{x})) + c$,
h) c , i) $\frac{e^{2\alpha x}}{\log \alpha} + c$, j) $\frac{1}{16}(\sin(4x) + 12x) + c$,