

4. cvičení z MA II

Matěj Novotný

15.3.2012

Úlohy na cvičení / na samostatné počítání

G1 Spočtěte určité integrály.

$$a) \int_0^{\pi} \frac{\cos x}{\cos^2 + 4} dx \quad b) \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\sin x}{1 + \sin x} dx \quad c) \int_e^{e^2} \frac{\log^2 + 1}{x \log x} dx \quad d) \int_0^{\log 3} \left(xe^x + \frac{e^{3x} - 2e^{2x} + e^x}{e^{3x} + 1} \right) dx$$

G2 Spočtěte délku křivky $\varphi : X \rightarrow \mathbb{R}^2$, je-li zadána jako

$$a) \varphi(x) = (x, \sqrt{x}), \quad X = (0, 1), \quad b) \varphi(x) = (x, \operatorname{tg} x), \quad X = \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right),$$

$$c) \varphi(x) = (\cos x, \sin x), \quad X = (0, 2\pi), \quad d) \varphi(x) = \left(x^{3/2}, \frac{x^2}{2}\right), \quad X = (0, 1).$$

G3 Spočtěte objem a povrch pláště tělesa vzniklého rotací grafu funkce f okolo osy x , ohraničeného plochami $x = a$ a $x = b$, pokud

$$a) f(x) = \cos x, \quad a = -\frac{\pi}{2}, \quad b = \frac{\pi}{2}, \quad b) f(x) = \sqrt{1 - x^2}, \quad a = -1 \quad b = 1.$$

Úlohy na rozmyšlení

N8 Pro která $p \in \mathbb{R}$ má funkce f Newtonův integrál na $(0, \infty)$, pokud

$$a) f(x) = x^p, \quad b) f(x) = xe^{px}.$$