

## 2. cvičení z MA III

Matěj Novotný

9.10.2012

### Úlohy na cvičení

**G1** Dopočtete příklady z minulého cvičení:

$$a) f_n(x) = n\left(\sqrt{x + \frac{1}{n}} - \sqrt{x}\right) \text{ na } (0, \infty), \quad b) f_n(x) = \sqrt[n]{1+x^n} \text{ na } [0, \infty),$$

$$c) f_n(x) = n(\sqrt[n]{x} - 1) \text{ na } [1, \infty), \quad d) f_n(x) = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n \text{ na } [0, \infty).$$

**G2** Vyšetřete bodovou, stejnoměrnou a lokálně stejnoměrnou konvergenci následujících posloupností funkcí:

$$a) f_n(x) = \frac{nx}{1+n+x} \text{ na } [0, \infty), \quad b) f_n(x) = nxe^{-nx^2} \text{ na } \mathbb{R}, \quad c) f_n(x) = x \arctan(nx) \text{ na } \mathbb{R}$$

### Výsledky

V následujícím bude  $f$  označovat bodovou limitu posloupnosti  $\{f_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ .

**G1**

$$a) f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}, f_n \rightrightarrows f \text{ na } [\varepsilon, \infty), \quad b) f(x) = \max\{1, x\}, f_n \rightrightarrows f \text{ na } [0, \infty), \quad c) f(x) = \log x, f_n \xrightarrow{loc.} f \text{ na } [1, \infty),$$
$$d) f(x) = e^x, f_n \xrightarrow{loc.} f \text{ na } [0, \infty).$$

**G2**

$$a) f(x) = x, f_n \xrightarrow{loc.} f \text{ na } [0, \infty), \quad b) f = 0, f_n \rightrightarrows f \text{ na } (-\infty, -\varepsilon) \text{ a } (\varepsilon, \infty), \quad c) f(x) = \frac{\pi}{2}|x|, f_n \rightrightarrows f \text{ na } \mathbb{R}.$$

### Úlohy na doma

**H1** (0,5 bodu) Vyšetřete bodovou, stejnoměrnou a lokálně stejnoměrnou konvergenci následujících posloupností funkcí:

$$a) f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2} \text{ na } [0, 5], \quad b) f_n(x) = \begin{cases} \frac{\sin x^n}{nx} & x \in (0, \infty) \\ 0 & x = 0 \end{cases} \text{ na } [0, \infty), \quad c) f_n(x) = \frac{2x}{x+n} \text{ na } (-1, \infty).$$