

4. cvičení z MA III

Matěj Novotný

23.10.2012

Úlohy na cvičení

G1 Nechť je funkce f zadána následujícími řadami. Vyšetřete definiční obor, obor spojitosti a obor diferencovatelnosti f , případně napište derivaci.

$$a) f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{x^2 + n^3}, \quad b) f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(x^2 + 1)}, \quad c) f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}x^2}{nx^2 + 1},$$

$$d) f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\cos \frac{x^2 + n}{n^2} - 1 \right), \quad e) f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} (|x|^n + |x|^{-n}), \quad f) f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \arctg x^n,$$

$$g) f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \frac{x^n}{3^{n+1}}.$$

G2 Vycíslete. Využijte přitom vzorec pro součet geometrické řady.

$$a) \int_0^{1/2} \frac{1}{1 - \sqrt[5]{x}} dx.$$

Výsledky

G1 Definiční obor f označme D_f , obor diferencovatelnosti d_f .

a) $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, tedy $D_f = d_f = \mathbb{R}$, b) $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, tedy $D_f = d_f = \mathbb{R}$, c) $f \in \mathcal{C}(\mathbb{R})$ a $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R} \setminus \{0\})$,

d) $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, e) $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R} \setminus \{0\})$, f) $f \in \mathcal{C}^1((-1, 1))$,

g) $f \in \mathcal{C}^1((-3, 3))$.

Úlohy na doma

H1 Vyšetřete definiční obor, obor spojitosti a obor diferencovatelnosti funkce f , pokud je zadána jako

$$a) f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n^3 x^2 + 1}, \quad b) f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \log\left(\frac{x^n}{1 + x^n}\right).$$