

## 6. cvičení z MA III

Matěj Novotný

6.11.2012

### Úlohy na cvičení

**G1** Rozviňte do mocninné řady a určete její poloměr konvergence.

$$a) \operatorname{arctg} x, \quad b) \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}, \quad c) \frac{1}{1 + 2x^2 + x^4}, \quad d) \sin^2 x.$$

**G2** Procvičujte úlohy před písemkou. Vyšetřete bodovou, stejnoměrnou a lokálně stejnoměrnou konvergenci.

$$a) f(x) = \frac{1 + nx}{n}, \quad b) f_n(x) = \sin\left(x + \frac{1}{n}\right), \quad c) f_n(x) = \operatorname{arctg} nx, \quad d) f_n(x) = \frac{e^{x-n}}{x}, \quad e) f_n(x) = \frac{1 - n \sin x}{nx}.$$

**G3** Vyšetřete obor definiční, spojitost a diferencovatelnost funkce  $f$ .

$$a) f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x + \frac{1}{n}}{n^2}, \quad b) f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{nx+1}, \quad c) f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\left(\frac{x+1}{n^2}\right) \text{ na } \left(-2, \frac{1}{2}\right), \quad d) f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \log \left| \frac{n^2 x + 2}{n^2 x + x} \right|.$$

**G4** Sečtěte a odůvodněte!

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n} 2^{-n}, \quad c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!} 2^n, \quad d) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 - n}.$$

### Úlohy na doma

**H1** Vyšetřete bodovou, stejnoměrnou a lokálně stejnoměrnou konvergenci.

$$f_n(x) = \frac{x+n}{x-n} \text{ na } (-\infty, 0]$$

**H2** Zjistěte, jestli existuje  $f'(0)$  a pokud ano, napište, čemu se rovná.

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \log\left(1 + \frac{x^2}{n^2}\right)$$

**H3** Rozviňte do mocninné řady a spočtěte její poloměr.

$$f(z) = z \log(1+z)$$