

## 2. cvičení z PSI

Matěj Novotný

2.10.2014

**G1** Kolmogorův model. Ukažte, jestli  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$  je Kolmogorův model pravděpodobnosti, je-li dáno:

a)  $\Omega = \{1, 2, 3\}$ ,  
 $\mathcal{A} = \{\emptyset, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2, 3\}\}$ ,  
 $P(A) = \frac{1}{3}|A|, A \in \mathcal{A}$ .

b)  $\Omega = \{\circ, \star, \square\}$ ,  
 $\mathcal{A} = \{\emptyset, \{\circ\}, \{\star, \square\}, \{\circ, \star, \square\}\}$ ,  
 $P(A) = \frac{1}{3}|A|, A \in \mathcal{A}$ .

**G2** Ukažte, jestli  $X : (\Omega, \mathcal{A}) \rightarrow \mathbb{R}$  je náhodná veličina, pokud  $(\Omega, \mathcal{A})$  jsou jako v **G1** b) a platí-li

i)  $X(\circ) = 1, X(\star) = 2, X(\square) = 3$ ,

ii)  $X(\circ) = -2, X(\star) = 1, X(\square) = 1$ .

**G3** Výroba generátoru náhody. Alice a Bob si chtějí hodit mincí, ale ta je zdeformovaná a máme pochyby, že orel a panna padají se stejnou pravděpodobností. Hodí tedy dvakrát a shodnou se, že Alice vyhrává, pokud padne dvakrát stejný výsledek a Bob, pokud padne pokaždé něco jiného. a) Kdo má větší naději vyhrát? b) Házíme více než dvakrát, Alice vyhrává, pokud počet padlých pan je sudý, Bob, pokud lichý (srovnej s a)!).

**G4** Hypergeometrické rozdělení. Máme  $M$  sirek, z nichž právě  $K$  nemá hlavičku. Jaká je pravděpodobnost, že při slepém tahu  $m$  sirek bude právě  $k$  bez hlavičky?

**G5** Geometrické rozdělení. Alice a Bob trefují míčem okno. Kdykoli střelí Alice, má pravděpodobnost  $a$ , že zasáhne, obdobně Bob  $b$ . Střídají se, Alice začíná. Kdo okno trefí jako první, vyhrává.

i) Jakou má kdo pravděpodobnost výhry?

ii) Pokud se při každém hodu může míč zakutálet s pravděpodobností  $c$ , čímž je nastolena remíza, jaká bude pravděpodobnost výhry Alice, Boba a případné remízy?

**G6** Nezávislost jevů. Hodili jsme dvěma mincemi. Ukažte, že následující jevy  $A, B, C$  jsou po dvou nezávislé, nikoliv však nezávislé.

$A$  : Na první minci padl líc.

$B$  : Na druhé minci padl líc.

$C$  : Na každé minci padl jiný výsledek.

**G7** Předpokládejme, že náhodné jevy  $A, B, C$  jsou nezávislé a a mají po řadě pravděpodobnosti 0.1, 0.3, 0.4. Určete pravděpodobnosti jevů  $A \cup (B \cap C), A \cup (\bar{A} \cap B \cap C), (A \cup B) \cap (\bar{A} \cup C)$ .

**G8** Na vstupu informačního kanálu mohou být znaky 0 nebo 1, které jsou na výstupu přečteny s nezávislou pravděpodobností chyby 0.1. Určete podmíněné pravděpodobnosti vstupu při známém výstupu, je-li apriorní pravděpodobnost jedničky a) 0.4, b) 0.1, c) 0.05.