

## 4. cvičení z PSI

Matěj Novotný

16.10.2014

**G1** Náhodná veličina  $X$  má distribuční funkci  $F_X$  rovnou

$$a) F_X(x) = \begin{cases} \frac{e^x}{2} & x < 0, \\ \frac{1+x}{2} & x \in [0, 1], \\ 1 & x > 1, \end{cases} \quad b) F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 3, \\ \frac{x^3-8}{64} & 3 \leq x < 4, \\ 1 & x \geq 4. \end{cases}$$

Rozložte  $X$  na směs náhodných veličin  $U, V$ , kde  $U$  je spojitá a  $V$  diskrétní. Pro  $U, V$  potom najděte distribuční a kvantilové funkce, hustoty, resp. pravděpodobnostní funkce. Spočtěte také  $\mathbb{E}X, \mathbb{E}U, \mathbb{E}V$ .

**G2** Náhodná veličina  $X$  má rovnoměrné rozdělení na intervalu  $(-2, 2)$ . Zobražíme ji funkcí  $h$ , definovanou následovně:

$$h(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1. \end{cases}$$

Nalezněte rozdělení náhodné veličiny  $h(X)$ .

**G3** Z jednotkového kruhu vybereme bod (předpokládáme rovnoměrné rozdělení). Náhodná veličina  $X$  je rovna vzdálenosti bodu od středu. Určete rozdělení  $X$  a  $X^2$ , dále jejich střední hodnoty a rozptyly.

**G4** Odvoďte hustotu/distribuční funkci rozdělení  $\chi^2$  z normovaného normálního rozdělení.

**G5** Sdružená hustota náhodného vektoru  $(X, Y)$  je rovna

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} cxy & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq x, \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Určete sdruženou distribuční funkci  $F_{X,Y}$ , marginální hustoty a marginální distribuční funkce. Případně střední hodnotu vektoru  $(X, Y)$ .