

12.-13. cvičení ze ZMA

Matěj Novotný

25.11.2014

Úlohy na cvičení

G1 Spočítejte neurčité integrály a uveďte, na kterém intervalu počítáte.

$$\begin{aligned} a) \int (x+1)^3 dx, & \quad b) \int \frac{e^x}{\sqrt{1+e^x}} dx, & \quad c) \int \frac{5}{2x^2+5} dx, & \quad d) \int \operatorname{tg}^2 x dx, & \quad e) \int e^x \sin x dx, \\ f) \int x \operatorname{arctg} x dx, & \quad g) \int \frac{x^2}{x^2+x+1} dx, & \quad h) \int \frac{x}{\sqrt{1-4x^4}} dx, & \quad i) \int \frac{1+x}{1-x} dx, & \quad j) \int \log x dx. \end{aligned}$$

G2 Nalezněte primitivní funkci k dané funkci:

$$a) f(x) = |x|$$

G3 Spočítejte neurčité integrály za pomoci rozkladu na parciální zlomky.

$$\begin{aligned} a) \int \frac{x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 4x + 2}{x^2 - 5x + 6} dx & \quad b) \int \frac{3x^2 + 2x - 1}{(x^2 + 1)(x - 1)} dx & \quad c) \int \frac{5x^3 + 5x^2 + 3x - 1}{x^4 + x^3 + x + 1} dx \\ d) \int \frac{1}{x^4 + 1} dx & \quad e) \int \frac{x^2}{x^6 + 3x^4 + 3x^2 + 1} dx \end{aligned}$$

G4 Spočítejte neurčité integrály pomocí druhé věty o substituci.

$$a) \int \sqrt{1-x^2} dx \quad b) \int \frac{1}{\sin x} dx$$

Úlohy na procvičení

S1 Počítejte.

$$\begin{aligned} a) \int x \sin x dx & \quad b) \int \frac{x^2 + 1}{x^3 + 3x} dx & \quad c) \int \operatorname{tg} x dx & \quad d) \int \frac{1}{2x+3} dx & \quad e) \int \frac{1}{x^2 + 3x + \frac{9}{2}} dx \\ f) \int \sin^2 x dx & \quad g) \int \arcsin x dx & \quad h) \int x \log x^2 dx & \quad i) \int \log^2(x) dx & \quad j) \int \frac{x^8}{x^{18} + 1} dx \end{aligned}$$

S2 Počítejte.

$$\begin{aligned} a) \int (\sqrt{\sin x + 1}) \cos x dx & \quad b) \int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx & \quad c) \int e^{4x} \cos(3x) dx & \quad d) \int \frac{x+1}{x^2+1} dx & \quad e) \int \frac{1}{\sqrt[5]{x+12}} dx \\ f) \int \cos^5 x \sqrt{\sin x} dx & \quad g) \int \cos(\log \sqrt{x}) dx & \quad h) \int 0 dx & \quad i) \int \alpha^x e^2 dx, \alpha \in (0, \infty) & \quad j) \int (\sin^4 x + \cos^4 x) dx \end{aligned}$$

Výsledky

Ve výsledcích je vždy $c \in \mathbb{R}$.

S1

- a) $\sin x - x \cos x + c$, b) $\frac{1}{3} \log |x^3 + 3x| + c$, c) $-\log |\cos x| + c$, d) $\frac{1}{2} \log |2x + 3| + c$, e) $\frac{2}{3} \operatorname{arctg}(\frac{2}{3}x + 1) + c$,
f) $\frac{1}{4}(2x - \sin(2x)) + c$, g) $x \arcsin x + \frac{1}{2}\sqrt{1 - x^2} + c$, h) $x^2(\log x - \frac{1}{2}) + c$, i) $x(\log^2 x - \log x^2 + 2) + c$,
j) $\frac{1}{9} \operatorname{arctg} x^9 + c$.

S2

- a) $\frac{2}{3}(\sin x + 1)^{3/2} + c$, b) $\operatorname{arctg}(e^x) + c$, c) $\frac{e^{4x}}{25}(4 \cos(3x) + 3 \sin(3x)) + c$, d) $\frac{1}{2} \log(x^2 + 1) + \operatorname{arctg} x + c$,
e) $\frac{5}{2}(x + 12)^{4/5} + c$, f) $\frac{2}{3}(\sin x)^{3/2} - \frac{4}{7}(\sin x)^{7/2} + \frac{2}{11}(\sin x)^{11/2} + c$, g) $\frac{x}{3}(2 \cos(\log \sqrt{x}) + \sin(\log \sqrt{x})) + c$,
h) c , i) $\frac{e^{2\alpha x}}{\log \alpha} + c$, j) $\frac{1}{16}(\sin(4x) + 12x) + c$,