

3. cvičení ze ZMA

Matěj Novotný

30.9.2014

Úlohy na cvičení

G1 Spočtěte následující limity dle definice.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7}{\sqrt{n}} \quad c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+5} \quad d) \lim_{n \rightarrow \infty} q^n, \quad q \in \mathbb{R}.$$

G2 Spočtěte limity. Využijte přitom větu o aritmetice limit a větu od dvou strážníků.
Použijte dále výsledky z úlohy **G1**.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+n}{4n-13} \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3+n}{n^2+10n+2} \quad c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi n^2+3n+\sqrt{n}}{(n-2)^3-n^3} \quad d) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2^n}$$

$$e) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n}{n!} \quad f) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n!}{5n^n} \quad g) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6+n^{31}+2^{n+2}-(n+1)!}{n \cdot 7n! + n^{18}} \quad h) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 5^n - (3n)!}{3n^n}$$

$$i) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+13)^{50} - (n-2)^{50}}{3^{50}(n+1)^{50} - (3n+1)^{50}}$$

G3 Spočtěte limity následujících posloupností.

$$a_n = \sqrt[3]{n^2+3n-1} - \sqrt[3]{n^2-1}, \quad b_n = \frac{\sqrt[3]{n^4+3n^3-1} - \sqrt[3]{n^4-n^2+1}}{\sqrt[3]{n+4}}$$

Úlohy na doma

H1 Spočtěte limity.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2+n+2}{(n-1)^3-n^3} \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-n+1}{(n+4)(n-6)} \quad c) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{3n^2+n-1} - \sqrt{3n^2+4n+1})$$

H2 Spočtěte a odůvodněte svůj výpočet všude, kde používáte nějakou větu či odhad.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n+\dots+n^2}{(2n+3)^4} \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+4^n}{8^n+3} \quad c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n)!}{(2n)^n+n^{3n}}$$