

## 4. cvičení ze ZMA

Matěj Novotný

7.10.2014

### Úlohy na cvičení

**G1** Zjistěte, jestli existují vlastní, případně nevlastní limity a dokažte to (z definice, pomocí věty z přednášky...).

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \cos n\pi \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} \quad c) \lim_{n \rightarrow \infty} q^n, \quad q \in \mathbb{R} \quad d) \sqrt[n]{n!}, \quad e) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$$

**G2** Spočtěte limity a odůvodněte svůj výpočet.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{3n^2 + 2^n + 7^n}, \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left(\frac{2}{3}\right)^n + \left(\frac{1}{2}\right)^n}, \quad c) \lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 - 1} - \sqrt[3]{n^3 + 1}),$$
$$d) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n^2}{n}, \quad e) \lim_{n \rightarrow \infty} \operatorname{tg} \left(\frac{(2+n)\pi}{9}\right) \cdot \frac{2^n + 3^{n+1}}{4^{n-3}}, \quad f) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{3^n + 8^n + 5n^{13}}.$$

**G3** Spočtěte limity a odůvodněte správnost svých výpočtů.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2)!}{n^{7n}}, \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n - 20n^n - (n+2)!}{3n^n - 6}, \quad c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + a + a^2 + \dots + a^n}{1 + b + b^2 + \dots + b^n}, \quad |a| < 1, |b| < 1,$$
$$d) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n^2 + 3n + 8}, \quad e) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+13)^{50} - (n-2)^{50}}{3^{50}(n+1)^{50} - (3n+1)^{50}}, \quad f) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4+n)^n}{(5+n)^n}.$$

### Úlohy na doma

**H1** Spočtěte následující limity.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{4n^2 + 3^n + \left(\frac{4}{5}\right)^n}, \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n-1}), \quad c) \lim_{n \rightarrow \infty} \cos^2 \left(\frac{n\pi}{2}\right).$$

**H2** Spočtěte limity a odůvodněte správnost výpočtu.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 + 6n + 1} - \sqrt[3]{n^3 - 3}}{\sqrt{2n^4 - n^3 + n} - \sqrt{2n^4 - n^3 - 6n}}, \quad c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n^2 + 3)^8 - 256(n-1)^{16} - 4096n^{15}}{(n+1)^{14}}.$$

**H3** Spočtěte následující limitu.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\log n) \sqrt[n]{3 + (-1)^n}}{n}$$