

5. cvičení ze ZMA

Matěj Novotný

14.10.2014

Úlohy na cvičení

G1 Uvěřte v platnost následujících rovností a zapamatujte si je.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1.$$

G2 Spočtěte následující limity. Využívejte k výpočtu věty z přednášky a limity z úlohy **G1**.

$$\begin{aligned} a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}{x - 3} \quad & b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x^n - 1} \quad m, n \in \mathbb{N}, \quad c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} \quad d) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-1}}{\sqrt{5x+2} - \sqrt{6x}} \\ e) \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}, \quad & f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} + \sin x}{e^x} \quad g) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x + 5^x + 1}{4^x}, \quad h) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{e^x - 1}, \\ i) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(2^x + 7)}{x}, \quad & j) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{(x-3)^2}, \quad k) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} \sin x, \quad l) \lim_{x \rightarrow 3\pi} \operatorname{sgn}(\sin x) \end{aligned}$$

Úlohy na doma

H1 Spočtěte následující limity.

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+4} - \sqrt{8-x}}{x^2 - 4}, \quad b) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 64}{x^2 + x - 12}$$

H2 Spočtěte následující limity.

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{\log x}, \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - e^x + 1}{x}, \quad c) \lim_{x \rightarrow 6} \frac{\operatorname{sgn}(6-x)}{x}.$$

Výsledky

G2

a)10, b) $\frac{m}{n}$, c)0, d)2, e)0, f)1, g) ∞ , h)1, i) $\log 2$, j,k,l) neexistují

H1

a) $\frac{\sqrt{6}}{24}$, b) $-\frac{48}{7}$

H2

a)0, b)0, c) neexistuje.