

# 6. cvičení ze ZMA

Matěj Novotný

15.10.2014

## Úlohy na cvičení

**G1** Na příkladu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\exp(x \sin \frac{1}{x}) - 1}{x \sin \frac{1}{x}}$$

ukažte, proč jsou důležité předpoklady u věty o limitě složené funkce.

**G2** Spočítejte následující limity za využití věty o limitě složené funkce. Ověřte náležitě předpoklady věty. Využijte základních limit pro funkce  $\sin$ ,  $e^x$ .

$$\begin{aligned} a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x}, \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}, \quad c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(5x^2 - 5)}{x - 1}, \quad d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{x}, \quad e) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/x^2} \\ f) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg} x)^{1/x}, \quad g) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - \sqrt{x+1}}{x}, \quad h) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4^{x-1/2} - 2^x}{3^{x-1} - 1}. \end{aligned}$$

## Úlohy na doma

**H1** Nakreslete/narýsujte grafy funkcí  $\arcsin$ ,  $\arccos$ ,  $\operatorname{arctg}$ ,  $\operatorname{arccotg}$ . Dbejte na to, aby byly v obrázku zaneseny všechny důležité hodnoty a byly správně definiční obory.

Uvědomte si, pro která  $x \in \mathbb{R}$  (protože ne pro všechna!) platí rovnosti

$$\arcsin(\sin x) = x, \quad \arccos(\cos x) = x, \quad \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x) = x, \quad \operatorname{arccotg}(\operatorname{cotg} x) = x.$$

Vypište ke každé cyklotrické funkci její derivaci. Které z cyklotrických funkcí jsou rostoucí/klesající? Všimněte si, že u klesajících je derivace vždy menší nebo rovná nule a u rostoucích vždy nezáporná!

Kolik je

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \operatorname{arctg} x, \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \operatorname{arccotg} x ?$$

*Poznámka:* Pokud něco z toho nevíte, hledejte v knihách a na internetu. Tato úloha má nejen zásadní důležitost pro Váš zápočet, ale bude se Vám do budoucna hodit!

**H2** Vypočtěte limity a ověřte předpoklady vět, které používáte.

{to be filled in}