

7. cvičení ze ZMA

Matěj Novotný

21.10.2014

Úlohy na cvičení

G1 Derivace elementárních funkcí.

$$(x^a)' = \begin{cases} ax^{a-1} & a \neq 1, a \in \mathbb{R} \\ 0 & a = 1, \end{cases} \quad (\sin x)' = \cos x, \quad (\cos x)' = -\sin x, \quad (e^x)' = e^x, \quad (\log x)' = \frac{1}{x}.$$

G2 Pomocí řetězkového pravidla či derivace složené funkce odvoďte derivace funkcí:

$$a) f(x) = \operatorname{tg} x, \quad b) f(x) = \operatorname{cotg} x, \quad c) f(x) = a^x, \quad d) f(x) = \log_a x, \quad a > 0, \quad a \neq 1$$

G3 Spočítejte první, případně druhou derivaci funkce f v bodě x , pokud je $f(x)$ rovna

$$a) 3x^2, \quad b) 4 \log x^2, \quad c) \frac{x-1}{x+1}, \quad d) 2^x(e+x), \quad e) \frac{e^x-1}{x}, \quad f) x^2 \sin x, \quad g) \operatorname{cotg} e^x, \quad h) \frac{3^x+4^x}{x^2+1}$$
$$i) \frac{x^3+2}{x^4-2x}, \quad j) \log(x^2+3x+1), \quad k) \sin e^{\operatorname{tg} x}, \quad l) e^{e^{e^x}}, \quad m) \operatorname{tg} \left(\frac{\sin^2 x}{\cos x^2} \right)$$

G4 Vězte, že platí následující vztahy.

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad (\arccos x)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad (\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}, \quad (\operatorname{arccotg} x)' = \frac{-1}{1+x^2}$$

G5 Pomocí l'Hospitalova pravidla spočítejte následující limity, zbyte-li čas.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2}, \quad b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^3}, \quad c) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log^2 x}{x}, \quad d) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log^2 x}{x}$$

Úlohy na doma

H1 Spočítejte první a druhou derivaci funkce f v bodě x , pokud je $f(x)$ rovna

$$a) \sin(x^2+3x+5), \quad b) e^{\cos x^4}, \quad c) (e^x + \log x) \sin x, \quad d) \operatorname{tg} \left(\frac{x+1}{x-3} \right), \quad e) \sin(\sin(\sin(\sin x))).$$