

9. cvičení ze ZMA

Matěj Novotný

30.10.2014

Úlohy na cvičení

G1 Nalezněte Taylorův rozvoj řádu 3 v bodě 0 u následujících funkcí z definice.

$$a) f(x) = 3x^4 + x^3 - 5, \quad b) f(x) = \sin x, \quad c) f(x) = e^x, \quad d) f(x) = \operatorname{tg} x.$$

G2 Pomocí Taylorova rozvoje elementárních funkcí udělejte Taylorův rozvoj funkcí následujících.

$$a) f(x) = \sin x^2 + \cos x^2, \quad b) f(x) = e^{\sin x}, \quad c) \log(\cos x).$$

G3 Vyšetřete průběhy následujících funkcí.

$$a) f(x) = x^4 - 6x^2 + 2, \quad b) f(x) = \frac{x^3 + 5x}{x^2 + 1}, \quad c) f(x) = x + \frac{2}{x}, \quad d) f(x) = x^x.$$

$$e) f(x) = (x - 2)e^{\frac{1}{x}}, \quad f) f(x) = 2x^2 e^{-x}, \quad g) f(x) = 2x^2 - \log x, \quad h) f(x) = \log\left(\frac{1-x}{1+x}\right),$$

$$i) f(x) = x\sqrt{1-x^2}, \quad j) f(x) = \arctan \frac{1+x}{x-1}, \quad k) f(x) = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2},$$

$$l) f(x) = (\sin x)^{\cos x}, \quad m) f(x) = \log \left| \operatorname{tg} \frac{x}{4} \right|, \quad n) f(x) = (|2x|)^{|2x|}, \quad o) f(x) = \frac{\sin x}{\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)},$$

$$p) f(x) = \sqrt{(x-1)(x-2)}, \quad q) f(x) = \frac{x}{\log x}, \quad r) f(x) = \log(|x| - x^2), \quad s) f(x) = \exp\left(-\frac{1}{1-x^2}\right).$$

Jde o následující:

1. Nalézt maximální definiční obor.
2. Nalézt obor spojitosti.
3. Nalézt průsečíky se souřadnými osami.
4. Vyšetřit paritu a periodicitu.
5. Určit limity v krajních bodech definičního oboru a bodech nespojitosti.
6. Nalézt intervaly monotonie, určit případné lokální a globální extrémy včetně funkčních hodnot.
7. Nalézt intervaly konvexity a konkavity. Určit případné inflexní body včetně funkčních hodnot.
8. Pokud existují, nalézt asymptoty v $\pm\infty$.
9. Načrtnout graf funkce, určit obor hodnot.
10. Zkontrolovat řešení na <http://www.wolframalpha.com>. Stačí zadat "plot $f(x)$ " a z obrazku ověřit, zda vedl výpočet alespoň k rámcově podobnému výsledku. Případně lze nechat funkci derivovat příkazem " $f'(x)$ ".