

10. cvičení z Matematiky 2

Matěj Novotný

27.4.2016

Úlohy na cvičení

G1 Využitím polárních souřadnic integrujte funkci f přes oblast D , je-li D ohraničena křivkou

(a) $r = 1 + \cos \varphi$ a $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$,

(b) $r = |\cos(6\varphi)|$ a $f(x, y) = 1$.

G2 Přejdem k polárním souřadnicím vypočítejte integrály

a) $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} (x^2 + y^2) dx dy$,

b) $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} e^{-(x^2+y^2)} dy dx$,

G3 Za použití substituce $u = x + 2y$, $v = x - y$ vypočítejte integrál

$$\int_0^{2/3} \int_y^{2-2y} (x + 2y)e^{y-x} dx dy.$$

G4 Nalezněte hmotnost a polohu těžiště rovinných objektů:

(a) Obdélník s rohy $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(2, 0)$, $(2, 1)$ s hustotou $\rho(x, y) = xy$,

(b) Trojúhelník s vrcholy $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(4, 0)$ s hustotou $\rho(x, y) = x$.

Výsledky

G1 a) $\frac{5}{3}\pi$, b) π .

G2 a) 2π , b) $\frac{\pi(1-e^{-1})}{4}$.

G3 $\frac{3e^{-2}+1}{12}$

G4 a) $m = 1$, $(x_T, y_T) = (\frac{4}{3}, \frac{2}{3})$, b) $m = \frac{2}{3}$, $(x_T, y_T) = (\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$.