

Zápočtový test z Matematiky 2, verze 1

1. (10 bodů) U následující funkce najděte parciální derivace podle x, y v bodě $(0, 0)$.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin^3 y}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

2. (10 bodů) Najděte extrémů funkce $f(x, y) = x - y$ na množině

$$M = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 4, x > 0, y > 0\} \cup \{(x, 0) : 0 \leq x \leq 2\} \cup \{(0, y) : 0 \leq y \leq 2\}.$$

3. (10 bodů) Spočítejte integrál.

$$\int_0^3 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy dx$$

Zápočtový test z Matematiky 2, verze 2

1. (10 bodů) Vyšetřete existenci limity.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 y}{x^2 + y^2}$$

2. (10 bodů) Jaká je vzdálenost bodu $(2, 3)$ od množiny $M = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$?

3. (10 bodů) Spočítejte integrál $\int_M f$, kde $f(x, y) = \sin x$ a M je na obrázku.

