

1. cvičení ze ZMA

Matěj Novotný

6.10.2015

Úlohy na cvičení

G1 Nalezněte maximální definiční obor funkce f . Pod značením $\log x$ rozumějte přirozený logaritmus, tj. $\ln x$.

- a) $f(x) = \sqrt{\cos x}$,
- b) $f(x) = \cos \sqrt{x}$,
- c) $f(x) = \log(\log(x^2 + 3x - 39))$,
- d) $f(x) = \frac{\sqrt{4\pi^2 - x^2}}{\log(\sin x \cos x)}$.

G2 Doplňte výrazy na čtverec.

- a) $x^2 + 8x - 8$,
- b) $x^2 - 12x + 1$,
- c) $4x^2 + 20x - 3$,
- d) $3x^2 - 3x - 7$,
- e) $\frac{x^2}{4} + 3x - 1$.

G3 Napište předpis pro složení funkcí $f \circ g$ a $g \circ f$ včetně definičních oborů, pokud jsou f a g zadány následovně:

- a) $f(x) = \cos^2 x$, $g(x) = |x - 1|$,
- b) $f(x) = e^{4x+1}$, $g(x) = \frac{1}{x}$,
- c) $f(x) = x^2 + 8x - 8$, $g(x) = \log(2x - 1)$,
- d) $f(x) = x^2$, $g(x) = \sqrt{x}$,
- e) $f(x) = 1$, $g(x) = 4$.

Výsledky

G1 a) $D_f = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} [-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi]$, b) $D_f = [0, \infty)$, c) $D_f = (-\infty, -8) \cup (5, \infty)$,
d) $D_f = \bigcup_{k=-2, -1, 0, 1} (k\pi, k\pi + \frac{\pi}{2})$.

G2 a) $(x + 4)^2 - 24$, b) $(x - 6)^2 - 35$, c) $4(x + \frac{5}{2})^2 - 28$, d) $3(x - \frac{1}{2})^2 - 7\frac{3}{4}$, e) $\frac{1}{4}(x + 6)^2 - 10$.

G3 a) $f(g(x)) = \cos^2 |x - 1|$, $D_{f \circ g} = \mathbb{R}$, $g(f(x)) = |\cos^2 x - 1|$, $D_{g \circ f} = \mathbb{R}$,
b) $f(g(x)) = e^{\frac{4}{x}+1}$, $D_{f \circ g} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $g(f(x)) = e^{-4x-1}$, $D_{g \circ f} = \mathbb{R}$,
c) $f(g(x)) = \log^2(2x - 1) + 8 \log(2x - 1) - 8$, $D_{f \circ g} = (\frac{1}{2}, \infty)$, $g(f(x)) = \log(2x^2 + 16x - 17)$, $D_{g \circ f} = (-\infty, -4 - \frac{7\sqrt{2}}{2}) \cup (-4 + \frac{7\sqrt{2}}{2}, \infty)$,
d) $f(g(x)) = x$, $D_{f \circ g} = [0, \infty)$, $g(f(x)) = |x|$, $D_{g \circ f} = \mathbb{R}$,
e) $f(g(x)) = 1$, $D_{f \circ g} = \mathbb{R}$, $g(f(x)) = 4$, $D_{g \circ f} = \mathbb{R}$,