

3. cvičení ze ZMA

Matěj Novotný

14.10.2015

Úlohy na cvičení

G1 Spočtěte limity. Využijte přitom větu o aritmetice limit a větu od dvou strážníků.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+n}{4n-13} \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3+n}{n^2+10n+2} \quad c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi n^2 + 3n + \sqrt{n}}{(n-2)^3 - n^3} \quad d) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2^n} \quad e) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n}{n!} \quad f) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n!}{5n^n}$$

G2 Spočtěte limity následujících posloupností.

$$a_n = \sqrt[3]{n^2 + 3n - 1} - \sqrt[3]{n^2 - 1}, \quad b_n = \frac{\sqrt[3]{n^4 + 3n^3 - 1} - \sqrt[3]{n^4 - n^2 + 1}}{\sqrt[3]{n+4}},$$

$$c_n = \frac{4n^2 + n + 2}{(n-1)^3 - n^3}, \quad d_n = \frac{1+2+3+4+\dots+n}{(n+4)(n-6)}, \quad e_n = \sqrt{3n^2 + n - 1} - \sqrt{3n^2 + 4n + 1}.$$

G3 Spočtěte těžší limity.

$$g) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6 + n^{31} + 2^{n+2} - (n+1)!}{n \cdot 7n! + n^{18}} \quad h) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 5^n - (3n)!}{3n^n} \quad i) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+13)^{50} - (n-2)^{50}}{3^{50}(n+1)^{50} - (3n+1)^{50}}$$

Výsledky

G1 a) $\frac{1}{4}$, b) 0, c) $\frac{-\pi}{6}$, d,e,f) 0.

G2 a) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = \frac{-4}{3}$, $\lim_{n \rightarrow \infty} d_n = \frac{1}{2}$, $\lim_{n \rightarrow \infty} e_n = \frac{-\sqrt{3}}{2}$.

G3 g) $\frac{1}{7}$, h) ∞ , i) $\frac{5}{2 \cdot 3^{48}}$.