

Příklady na integrály a tečny ke grafům

Matěj Novotný

31.12.2015

Per partes

$$\begin{aligned} a) \int x \sin x \, dx, \quad b) \int x \cos x \, dx, \quad c) \int x^2 \sin x \, dx, \quad d) \int x^2 \cos x \, dx, \quad e) \int x e^x \, dx, \quad f) \int x^2 e^x \, dx, \\ g) \int \log x \, dx, \quad h) \int x \log x \, dx, \quad i) \int x^5 \log x \, dx, \quad j) \int x \log^2 x \, dx, \quad k) \int \operatorname{arctg} x \, dx, \quad l) \int x \operatorname{arctg} x \, dx, \\ m) \int x \operatorname{arctg}^2 x \, dx, \quad n) \int x^3 \operatorname{arctg}^2 x \, dx, \quad o) \int \arcsin x \, dx, \quad p) \int \arcsin^2 x \, dx, \quad q) \int \sin(2x) \cos(3x) \, dx, \\ r) \int e^{2x} \sin(5x) \, dx, \quad s) \int e^{-x} \cos x \, dx, \quad t) \int \frac{\log x}{x^3} \, dx, \quad u) \int \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} \, dx, \end{aligned}$$

Substitute

$$\begin{aligned} a) \int \frac{1}{2x+1} \, dx, \quad b) \int (3x+4)^5 \, dx, \quad c) \int \frac{x}{x^2+1} \, dx, \quad d) \int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \, dx, \quad e) \int \frac{x}{x^4+1} \, dx, \quad f) \int \frac{x^3}{x^4+1} \, dx, \\ g) \int \frac{8x-2}{\sqrt[3]{2x^2-x+1}} \, dx, \quad h) \int (5x^4-3x^2)\sqrt{x^5-x^3+4} \, dx, \quad i) \int \sqrt{x^4+x^2} \, dx, \quad j) \int e^x \sin e^x \, dx, \\ k) \int x \sin x^2 \, dx, \quad l) \int \cotg x \, dx, \quad m) \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx, \quad n) \int \frac{1}{x+\sqrt{x}} \, dx, \quad o) \int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^x}} \, dx, \\ p) \int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^x}} \, dx, \quad q) \int \frac{1}{x^2+2x+3} \, dx, \quad r) \int \frac{1}{2x^2-x+1} \, dx, \quad s) \int \frac{\operatorname{arctg}^3 x}{1+x^2} \, dx, \end{aligned}$$

Substitute s rozkladem na parciální zlomky

$$\begin{aligned} a) \int \frac{1}{e^x+1} \, dx, \quad b) \int \frac{1}{e^x+e^{-x}} \, dx, \quad c) \int \frac{1}{e^{2x}-1} \, dx, \quad d) \int \frac{\log x - 1}{x(\log^2 x - 4 \log x + 3)} \, dx, \quad e) \int \frac{\sin x}{\cos^2 x + \cos x} \, dx, \\ f) \int \frac{\cos x + \cos x \sin x}{\sin^2 x + \cos^4 x - 3} \, dx, \quad g) \int \frac{\sin x \cos x + \cos^2 x}{2 \sin x \cos x + \sin^2 x} \, dx, \quad h) \int \frac{\sin^3 x}{\cos^3 x + \sin^2 x - 5} \, dx, \\ i) \int \frac{\sin^2 x}{1 - 5 \cos^2 x} \, dx, \quad j) \int \frac{\cos^7 x \sin^3 x}{2 + \cos^2 x} \, dx, \end{aligned}$$

Tečny a normály ke grafům funkcí

Nalezněte alespoň jednu tečnu (normálu) ke grafu funkce f , která je kolmá (rovnoběžná) na přímkou p , jsou-li f a p zadány následovně:

$$a) f(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{2x+3}{4} \right), \quad p: 4x + y + 2 = 0, \quad b) f(x) = e^{2x+3}, \quad p: x + 2e^3y - 1,$$

$$c) f(x) = x^2 + 4x - 7, \quad p: x - 2y + 1 = 0, \quad d) f(x) = \sqrt{x^2 + 2}, \quad p: \sqrt{3}x + y = 2.$$