# Příklad G4 z 8. cvičení PST

Matěj Novotný

23.4.2018

.

**G4** Tramvaj má intervaly mezi příjezdy 10 minut. Jaká je pravděpodobnost, že během 24 pracovních dnů stráví člověk při cestách do práce a zpět čekáním na tramvaj nejvýše tři hodiny?

**Řešení** Předpokládáme, že na zastávku chodíme v náhodné časy a nedíváme se do jízdního řádu. Označíme-li $X_i$, $i \in \{1, ..., 48\}$ veličinu udávající počet minut, které čekáme na příjezd tramvaje při $i$-té cestě, z předpokladů vyplývá, že $X_i$ má rovnoměrné rozdělení na intervalu $(0, 10)$. Chceme zjistit $P(\sum_{i=1}^{48} X_i \leq 180)$.

Na levé straně nerovnosti máme součet nezávislých, stejně rozdělených náhodných veličin, provedeme tedy normalizaci a budeme diskutovat použití CLV. Zřejmě $\mathbb{E}X_i = 5$ pro všechna $i \in \{1, ..., 48\}$. Dále pro všechna $i$ je hustota $X_i$ rovna

$$f_{X_i}(x) = \begin{cases} \frac{1}{10} & x \in (0, 10)\,, \\ 0 & \text{jinak}\,, \end{cases}$$

z čehož plyne

$$\mathbb{E}X_i^2 = \int_0^{10} x^2 \frac{1}{10}\,\mathrm{d}x = \frac{100}{3}.$$

Celkově dostáváme $\mathrm{D}\,X_i = \mathbb{E}X_i^2 - (\mathbb{E}X_i)^2 = \frac{25}{3}$. Normalizace má tedy tvar

$$P\left(\sum_{i=1}^{48} X_i \leq 180\right) = P\left(\frac{\sum_{i=1}^{48} X_i - 48 \cdot 5}{\sqrt{48 \cdot \frac{25}{3}}} \leq \frac{180 - 48 \cdot 5}{\sqrt{48 \cdot \frac{25}{3}}}\right) = P\left(\frac{\sum_{i=1}^{48} X_i - 48 \cdot 5}{\sqrt{48 \cdot \frac{25}{3}}} \leq -3\right)$$

Protože všechny $X_i$ mají rovnoměrné rozdělení, není problém s aproximací pomocí CLV při počtu $n = 48$. Můžeme tedy předpokládat, že veličina

$$U = \frac{\sum_{i=1}^{48} X_i - 48 \cdot 5}{\sqrt{48 \cdot \frac{25}{3}}}$$

má téměř normované normální rozdělení, a tedy

$$P(U \leq -3) = \Phi(-3) = 1 - \Phi(3) = 0.001.$$

Celkově je tedy pravděpodobnost, že při cestách do práce a zpět strávíme na zastávce čekáním nejvýše 3 hodiny rovna 0.001.