10. cvičení

1. Na $\mathbb{R}$ uvažujme relaci R definovanou tak, že xRy, jestliže $|x-y| \leq 1$. Jaké z vlastností reflexivita, symetrie, antisymetrie a tranzitivita má relace R?

2. Na množině všech podmnožin neprázdné množiny M uvažujme relaci R definovanou tak, že ARB, jestliže $A \cap B = \emptyset$.

   (a) Jaké z vlastností reflexivita, symetrie, antisymetrie a tranzitivita má relace R?

   [Výsledek: Není reflexivní, je symetrická, není antisymetrická ani tranzitivní.]

   (b) Které dvojice množin A, B jsou v relaci $R \circ R$?

   [Výsledek: V relaci $R \circ R$ jsou všechny dvojice A, B.]

3. Na $\mathbb{Z}$ je dána relace R následovně:

$$mRn, \text{jestliže } m - n \text{ je dělitelné 4 (tj. existuje } k \in \mathbb{Z} \text{ tak, že } m - n = 4k).$$

   Ukažte, že R je ekvivalence. Určete rozklad $\mathbb{Z}$ na třídy ekvivalence.

   [Výsledek: rozklad $\mathbb{Z}$ na třídy ekvivalence je $\{[0],[1],[2],[3]\}$, kde $[0] = \{-4k | k \in \mathbb{Z}\}$, $[1] = \{1-4k | k \in \mathbb{Z}\}$, $[2] = \{2-4k | k \in \mathbb{Z}\}$, $[3] = \{3-4k | k \in \mathbb{Z}\}$.]

4. Nechť $M = \{a,b,c\}$ a nechť $\preceq = \{(a,a),(b,b),(c,c),(b,a),(c,a)\}$. Ukažte, že $\preceq$ je částečné uspořádání na M a určete minimální a maximální prvky.

   [Výsledek: a je maximální prvek (dokonce největší prvek); b, c jsou minimální prvky.]