

Ukázková 2. semestrální písemka

1. [5 bodů] Uvažme množiny

$$M_n = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{(-1)^n}{n} \leq x \leq 4n - n^2 \right\},$$

kde $n \in \mathbb{N}$. Necht' $A = \bigcup_{n=1}^{\infty} M_n$ a $B = \bigcap_{n=1}^{\infty} M_n$. Rozhodněte, která z následujících tvrzení platí: (i) $A \subseteq B \times B$; (ii) $B \setminus A = \emptyset$; (iii) $A \cap B \neq \emptyset$.

2. [5 bodů] Je dáno zobrazení $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$, $f(x) = x^2 + 2x$. Rozhodněte, zda f je bijekce.
3. [5 bodů] Na množině \mathbb{N} mějme relaci R definovanou následovně: mRn , kdykoli $\sin(\frac{\pi}{2}n - \frac{\pi}{2}m) = 0$. Rozhodněte, které z vlastností reflexivita, symetrie, antisymetrie a tranzitivita má relace R .
4. [5 bodů] Na množině \mathbb{Z} máme definovanou relaci R následovně: mRn , jestliže existuje $k \in \{0, 1, \dots, 9\}$ tak, že $n = m + k$. Nalezněte všechna $n \in \mathbb{Z}$ splňující $3(R \circ R)n$.