

Úlohy na rozmyšlenou, série 2

Deadline: 9.3.2020

S4 Ve skupině dvaceti lidí hrajeme hru. Máme 12 klasických šestistěnných kostek (ty si mezi sebe rozdělí děti) a 8 desetistěnných (ty si vezmou dospělí) - každý má svou kostku. Princip hry se opakuje: V každém kole se vždy z těch, kteří jsou ještě ve hře, vybere náhodně jeden člověk. Ten hodí svou kostkou a pokud hodí šestku nebo více, je ze hry vyřazen. Pokud hodí pět a méně, zůstává ve hře a opět se náhodně vybírá člověk (tedy včetně něj), který bude házet. Hra končí ve chvíli, kdy ve hře zůstane poslední člověk, který se stává vítězem.

- Jaká je pravděpodobnost, že první, kdo bude vyřazen ze hry, bude dítě?
- Jaká je pravděpodobnost, že nejpozději třetí člověk, který hází kostkou, bude dítě?

S5 Z intervalu $\Omega = [0, \infty)$ vybereme náhodně bod x tak, že pro libovolné $a \geq 0$ je pravděpodobnost, že $x \in [a, \infty)$ rovna 2^{-a} . Nalezněte alespoň dvě různé dvojice nezávislých jevů $A, B \subseteq \Omega$. Řádně zdůvodněte. Vyhnete se trivialitám typu $A = \Omega$, $A = \emptyset$ apod.

S6 Generátor náhody náhodně a nezávisle vygeneruje postupně tři čísla z intervalu $[0, 1]$.

- Jaká je pravděpodobnost, že postupně vygenerovaná čísla tvoří rostoucí posloupnost?
- Označme jevy

A : První číslo bylo menší než $1/3$.

B : Třetí číslo bylo menší než $1/3$.

C : První číslo bylo menší než třetí číslo.

Pro každou dvojici (A, B) , (B, C) , (A, C) ověřte, zda je tvořena dvěma nezávislými jevy. Jsou jevy A, B, C nezávislé? Odůvodněte.