

Úlohy na rozmyšlenou, série 5

Deadline: 22.5.2020

S13 Necht' $\alpha > 0$ je reálný parametr. Popište distribuční funkci a hustotu veličiny X , pro kterou platí, že $\log(X) \sim \text{Exp}(\alpha)$, tj. přirozený logaritmus X má exponenciální rozdělení s parametrem α . Pro jaké α má X konečnou střední hodnotu, konečný rozptyl? Vypočtete je.

S14 Necht' X_1, X_2, X_3, \dots je posloupnost nezávislých náhodných veličin s uniformním rozdělením na intervalu $[0, 1]$. Definujme veličiny $Y_1 = X_1$

$$Y_i = \begin{cases} X_i & i \text{ sudé,} \\ 1 - X_{i-1} & i \text{ liché, } i > 2 \end{cases}$$

a dále $Z_i = X_i$, $i \in \mathbb{N}$. Označme $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$, $V_n = \sum_{i=1}^n Y_i$, $W_n = \sum_{i=1}^n Z_i$, $n \in \mathbb{N}$. K jakému rozdělení konvergují veličiny

$$U_n = \frac{S_n - \mathbb{E}S_n}{\sqrt{\text{D}S_n}}, \quad A_n = \frac{V_n - \mathbb{E}V_n}{\sqrt{\text{D}V_n}}, \quad B_n = \frac{W_n - \mathbb{E}W_n}{\sqrt{\text{D}W_n}} ?$$

Jaký předpoklad pro použití CLV je zde zásadní?

S15 Necht' $X, Y \sim N(0, 1)$ jsou nezávislé. Pomocí konvolučního vzorce odvoďte hustotu rozdělení veličiny $X + Y$.