5. cvičení

1. Uvažme jednoduchý graf G se šesti vrcholy.

   (a) Může být v G současně vrchol stupně 0 a vrchol stupně 5?

   [Výsledek: ne.]

   (b) Nechť v G je právě jedna dvojice (různých) vrcholů majících stejný stupeň. Mohou být tyto dva vrcholy stupně 0, nebo 5?

   [Výsledek: ne.]

   (c) Je možné, aby každý vrchol v G byl jiného stupně?

   [Výsledek: ne.]

2. Dokažte, že každý graf má sudý počet vrcholů lichého stupně.

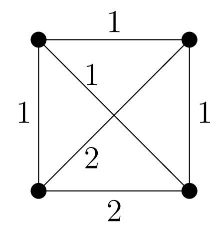
3. Mějme graf G s n vrcholy takový, že má stejný počet hran jako jeho doplněk G^c. Určete počet hran grafu G a nakreslete takové dvojice grafů pro případy $n = 3$ a $n = 4$ (pokud existují).

   [Výsledek: Pokud $\frac{n(n-1)}{2}$ je liché, pak takový graf G neexistuje. Je-li $\frac{n(n-1)}{2}$ sudé, pak má $\frac{n(n-1)}{4}$ hran.]

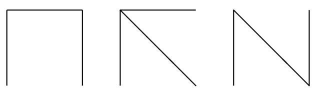
4. Uvažujme graf s 9 vrcholy, který má tři komponenty souvislosti. Zjistěte, jaký je minimální počet jeho hran a nakreslete dva různé takové grafy.

   [Výsledek: 6.]

5. V následujícím ohodnoceném grafu nalezněte všechny minimální kostry:

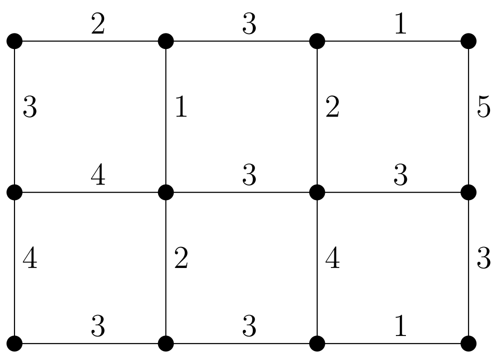


   [Výsledek: Graf má 3 minimální kostry:



   ]

6. V následujícím ohodnoceném grafu nalezněte minimální kostru a určete její váhu:



   [Výsledek: váha minimální kostry je 24.]

7. Rozhodněte, zda může existovat strom s pěti vrcholy a součtem stupňů všech vrcholů rovným devíti. Pokud ano, nakreslete ho. V opačném případě napište, proč ne.

   [Výsledek: ne.]

8. Uvažme úplný graf K_n s n vrcholy. Určete počet neuzavřených cest grafem K_n délky k.

   [Výsledek: $n(n-1)\cdots(n-k)$.]