2. cvičení z MA1

Matěj Novotný

30.9.2020

Úlohy na cvičení

G1 Pro reálné funkce f, g najděte složení $f \circ g$ a $g \circ f$ a určete maximální definiční obory těchto složení.

a) $f(x) = x^2 - \sin x + 2$, $g(x) = \sqrt{\log(x)}$,

b) $f(x) = x^3 - x$, $g(x) = \frac{x+1}{x}$.

G2 U následujících funkcí určete maximální definiční obory, zda jsou prosté a jestli jsou bijekcí $\mathbb{R}$ na $\mathbb{R}$.

a) $f_1(x) = ax + b$, kde $a, b \in \mathbb{R}$ jsou jisté konstanty,

b) $f_2(x) = x^2 + 6x + 7$,

c) $f_3(x) = e^x$,

d) $f_4(x) = \mathrm{tg}(x)$.

G3 Pomocí lineární transformace a funkcí tg, arctg sestrojte bijekci z množiny A na množinu B, jsou-li zadány následovně:

a) $A = (0, 1)$, $B = \mathbb{R}$,

b) $A = (3, 5)$, $B = \mathbb{R}$,

c) $A = (-2, 1)$, $B = (0, \infty)$,

d) $A = (-1, 0)$, $B = (5, \infty)$,

e) $A = (1, \infty)$, $B = (0, 1)$.

Definice. *Buďte A, B neprázdné množiny. Zobrazení $f : A \to B$ se nazývá*

i) prosté (nebo také injektivní), pokud $\forall x, y \in A :\ x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$,

ii) "na B"(nebo také surjektivní), pokud $\forall y \in B\ \exists x \in A$: $f(x) = y$,

iii) vzájemně jednoznačné (neboli bijekce/bijektivní zobrazení), pokud platí i a ii.