6. cvičení z MA1

Matěj Novotný

28.10.2020

Úlohy na cvičení

G1 Pomocí l'Hospitalova pravidla spočtěte následující limity.

$$a) \lim_{x\to 0} \frac{\sin 7x}{\sin 3x}, \quad b) \lim_{x\to\infty} \frac{e^{x^2}}{x^2-2x+1}, \quad c) \lim_{x\to 0} \frac{\cos(\sin x) - e^x + x}{x^2}, \quad d) \lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{arctg} x - \sin x}{x^3}, \quad e) \lim_{x\to -\infty} e^x(x^2+3)$$

G2 Spočtěte následující limity. Pokud používáte nějakou větu, nezapomeňte ověřit předpoklady.

$$a) \lim_{x\to 3} \frac{\sin(x^3-27)}{x-3}, \quad b) \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x+1}}, \quad c) \lim_{x\to 0} (1+\sin(2x))^{\operatorname{cotg} x}, \quad d) \lim_{x\to 0} \operatorname{arctg} \frac{1}{x},$$

$$e) \lim_{x\to 0^+} \frac{\log^2 x}{x}, \quad f) \lim_{x\to 4} (\frac{x}{4})^{\frac{1}{x-4}}, \quad g) \lim_{x\to\infty} \frac{4^{x+1}}{3^x x}, \quad h) \lim_{x\to\infty} \frac{e^x x^2 + 3^x}{3^x x}, \quad i) \lim_{x\to 0^+} \sqrt[3]{x} \log x, \quad j) \lim_{x\to\infty} \frac{e^x + \sin x}{x^3}.$$

G3 Counterexample. Na následujícím přikladu si všimněte, že předpoklad existence limity $\lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ je v l'Hospitalově pravidle nezbytný.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sin x}{x}$$

Úlohy na doma

H1 Vypočtěte následující limity a postup odůvodněte.

$$a) \lim_{x\to 2} \frac{\sin(x-2)}{x^2-4}, \quad b) \lim_{y\to\infty} \frac{e^y - \log y}{y^2}, \quad c) \lim_{x\to -\infty} \frac{\log(3x^2+2x+3)}{\log(x^2-2x+1)}, \quad d) \lim_{x\to 0} \frac{\sin x - \operatorname{tg} x}{x^3}$$

Výsledky

G1 a)$\frac{7}{3}$, b)∞, c)-1, d)$\frac{-1}{6}$, e)0.

G2 a)27, b)0, c)e^2, d)neexistuje, e)∞, f)$\sqrt[4]{e}$, g)∞, h)0, i)0, j)∞.

H1 a)$\frac{1}{4}$, b)∞, c)1, d)$\frac{-1}{2}$