11. cvičení z PST

Matěj Novotný

26.4.2021

Následující příklady jsou všechny zaměřené na procvičování metody maximální věrohodnosti, pomocí které odhadujeme parametry pravděpodobnostních rozdělení. Podívejte se na video, kde je metoda vysvětlena. Na přednášce se jí ještě budeme věnovat.

G1 Házíme kostkou, u které šestka padá s pravděpodobností $p > 0$. Provedli jsme 44 hodů, jejichž výsledky zaznamenává tabulka.

výsledek	1	2	3	4	5	6
četnost	5	8	10	4	7	10

Metodou maximální věrohodnosti odhadněte parametr p.

G2 Počet kazů na tabulce skla se řídí Poissonovým rozdělením. Na 25 tabulkách skla jsme pozorovali následující počty kazů

počet kazů	0	1	2	3	5
četnost	17	4	1	2	1

Odhadněte metodou maximální věrohodnosti střední hodnotu daného rozdělení.

G3 Doba do poruchy daného přístroje má exponenciální rozdělení. Od začátku roku bylo zjištěno, že stroj se porouchal postupně za 20 dní, 37.5 dní, 28 dní, 10.5 dní a 54 dní. Metodou maximální věrohodnosti určete parametr λ tohoto exponenciálního rozdělení.

G4 Náhodná veličina X nabývá hodnot s pravděpodobnostmi dle tabulky, kde c, q jsou reálné parametry rozdělení. Z četností hodnot v náhodném výběru, uvedených v tabulce, odhadněte pravděpodobnosti všech hodnot.

hodnota i	1	2	3
pravděpodobnost $p_X(i)$	$c-q$	c	$c+q$
četnost n_i	10	10	5

G5 Náhodná veličina nabývá hodnoty $1, 2, 3$. Tabulka uvádí jejich pravděpodobnosti a pozorované četnosti. Odhadněte parametry a, b.

hodnota	1	2	3
teoretická pravděpodobnost	$a+b$	$a+2b$	$a+3b$
četnost	10	10	20

G6 Nechť $X_1, X_2, ..., X_n$, $n \in \mathbb{N}$ je náhodný výběr z rozdělení $\mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$ s realizacemi $x_1, ..., x_n$. Metodou maximální věrohodnosti odhadněte parametry μ a σ^2.